

2013. 9 класс. решения.

1. В U-образной трубке, заполненной жидкостью плотности ρ , оба конца закрыты поршнями площади сечения S_1 и S_2 , с массами M_1 и M_2 . Насколько изменится уровень воды с обоих концов, если на первый поршень положить груз массы m ?

Решение

Пусть на первом конце уровень уменьшился на δh_1 , а на втором увеличился на δh_2 .

1. Условие несжимаемости $\delta h_1 S_1 = \delta h_2 S_2$.

2. Условие сохранения равновесия (равенства гидростатических давлений на дне сосудов)

$$\rho g \delta h_2 = -\rho g \delta h_1 + \frac{mg}{S_1}$$

Подставляя, получаем $\delta h_1 = \frac{m S_2 / S_1}{\rho S_1 + S_2}$, $\delta h_2 = \frac{m}{\rho S_1 + S_2}$.

2. На однородный стержень, оба конца которого заземлены, падает пучок электронов, причём в единицу времени на единицу длины стержня попадает постоянное число электронов. Найдите разность потенциалов между серединой стержня и его концом, если сопротивление стержня равно R , а полный ток заземления равен I .

Решение

1. В единицу времени на единицу длины стержня падает одинаковое число электронов. Для того, чтобы картина была стационарной, и заряд не накапливался, на каждом участке стержня заданной длины величина силы тока меняется одинаково. Это значит, что ток меняется линейно по длине стержня.

2. В середине стержня из симметрии ток равен нулю, а на конце $I/2$, поэтому средний ток равен $I_a = (I/2)/2 = I/4$.

3. Сопротивление половины стержня равно $R_{1/2} = R/2$, поэтому разность потенциалов

$$\Delta\phi = I_a R_{1/2} = IR/8.$$

3. Два резистора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения 12 В. Если вольтметр подключить параллельно первому резистору, он покажет 6 В, если параллельно второму — 4 В. Каковы напряжения на резисторах в отсутствие вольтметра?

Решение

Пусть напряжение источника $U_0 = 12$ В, первое показание вольтметра $U_1 = 6$ В, второе $U_2 = 4$ В, сопротивления резисторов R_1 и R_2 , внутреннее сопротивление вольтметра r .

1. При первом подключении сопротивление параллельно подсоединённых R_1 и r равно $R_1 r / (R_1 + r)$, поэтому равенство силы тока на двух последовательных участках записывается в виде

$$\frac{U_0 - U_1}{R_2} = \frac{U_1}{R_1 r / (R_1 + r)}, \text{ откуда получаем}$$

$$\frac{U_0 - U_1}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 + r}{r}.$$

2. Аналогично при втором подключении $\frac{U_0 - U_2}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \frac{R_2 + r}{r}$

3. Решая систему, получим $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1}{U_2}$, а значит при последовательном соединении разница

потенциалов, пропорциональная сопротивлению участка, равна

$$\text{на первом участке } U_{II} = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{5} U_0 = 4,8 \text{ В}$$

$$\text{на втором участке } U_{II} = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3}{5} U_0 = 7,2 \text{ В}$$

4. В воду при температуре 0°C бросили полую алюминиевую конструкцию со средней плотностью 1050 кг/м^3 . До какой температуры нужно было её предварительно охладить, чтобы она всплыла за счёт намерзшего льда? Теплоёмкость алюминия $900 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$, удельная теплота плавления льда 336 кДж/кг , его плотность 900 кг/м^3 .

Решение

Пусть средняя плотность конструкции это ρ_{av} , воды ρ_0 , льда ρ_1 , V это объем сплошного алюминия, а V полный объем конструкции; масса m , намерзло льда массы Δm и объема ΔV .

1. Условие теплового равновесия $mc\Delta T = \Delta m\lambda$, откуда получаем $\Delta T = \frac{\Delta m}{m} \frac{\lambda}{c}$

2. Условие всплытия $\rho_0 = \frac{m + \Delta m}{V_0 + \Delta V}$. Учитывая что $\Delta V = \Delta m / \rho_1$, получим $\rho_0(V_0 + \frac{\Delta m}{\rho_1}) = m + \Delta m$.

Решение $\frac{\Delta m}{m} = \frac{1 - \rho_0 / \rho_{av}}{\rho_0 / \rho_1 - 1}$. Подставляем: $\Delta T = \frac{\rho_{av} - \rho_0}{\rho_0 - \rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_{av}} \frac{\lambda}{c} = \frac{\rho_{av} - \rho_0}{\rho_{av}} \frac{\rho_1}{\rho_0 - \rho_1} \frac{\lambda}{c}$.

3. В числах: $\Delta T = \left(1 - \frac{1000}{1050}\right) \frac{0,9 \cdot 336000}{0,1 \cdot 900} = \frac{1}{21} 3360 = 160 (^{\circ}\text{C})$

5. Наблюдатель измеряет скорость объекта по зависимости угла от времени прихода светового сигнала с соответствующего направления. Источник, на большом расстоянии от наблюдателя, которое известно, движется со скоростью $v < c$ под углом θ к лучу зрения. Скорость света c конечна. Какова кажущаяся (измеряемая наблюдателем) скорость источника перпендикулярно лучу зрения и может ли она быть больше c ?

Решение

1. За время Δt источник сдвигается перпендикулярно лучу зрения на $\Delta x = v \cos \theta \Delta t$, а по направлению к наблюдателю на $\Delta y = v \sin \theta \Delta t$.

2. Кажущееся смещение перпендикулярно лучу зрения совпадает с истинным и равно Δy . Так как расстояние до источника известно, то оно правильно измеряется по углу.

3. Запаздывание светового сигнала, то есть время между приходом лучей, излучённых из первой и второй точками, равно $\delta t = \Delta t - \Delta y / c$, так из-за движения источника второму лучу нужно пройти меньшее на Δy расстояние до наблюдателя.

4. Измеряемая скорость это $v_{obs} = \frac{\Delta y}{\delta t} = \frac{v \cos \theta}{1 - \frac{v}{c} \sin \theta}$

5. Пусть скорость источника меньше c , но очень близка (понятно из общих соображений, что это именно тот случай, когда может быть что-то интересное). Тогда $v_{obs} \approx c \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$. При $\theta = 0$ получим $v_{obs} \approx c$, что не дает ответа на вопрос, зато при больших углах можно видеть, что v_{obs} может быть больше c . Например, при $\theta = 30^{\circ}$ будет $v_{obs} \approx \sqrt{3}c$.