

III этап Всеукраинской
ученической олимпиады по физике
2017/2018 учебного года
Харьковская Область

9 класс
Решение задач

Задача 1. Магнитное поле

Тик-ток экспериментирует с проводниками в магнитном поле. Зная магнитную индукцию B и линейную плотность массы (т.е. отношение массы к длине) проводника ρ , найдите минимальный ток I , который нужно пропускать через прямой горизонтальный провод, чтобы провод перестал давить на опоры, то есть начал левитировать.

Запишем силу Ампера, действующую на проводник длины l в данном магнитном поле

$$F_A = IlB.$$

Чтобы проводник начал левитировать сила Ампера должна компенсировать силу притяжения:

$$F_A = mg = \rho l g.$$

Отсюда получаем минимальный ток, необходимый для левитации,

$$I = \frac{\rho g}{B}.$$

Задача 2. Иллюминатор

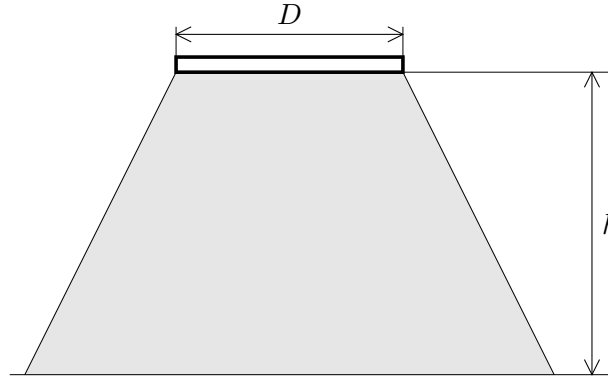
Дори переплывает Манчкинию на лодке. В дне лодки сделан стеклянный иллюминатор диаметром D , который много больше толщины стекла d . Определите площадь обзора дна S из такого иллюминатора, если расстояние до дна h , а показатель преломления воды n .

Пренебрежём толщиной стекла, поскольку она значительно меньше диаметра. Выпишем закон Снеллиуса для воды и воздуха:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

где α и β углы падения лучей в воздухе и воде соответственно. Чем больше угол β , тем большую часть дна мы увидим. Следовательно в предельном случае, когда $\alpha = \frac{\pi}{2}$, видна наибольшая часть дна и

$$\sin \beta = \frac{1}{n}.$$



Наблюдаемая область дна представляет собой окружность радиуса $D+r$, где $r = h \operatorname{tg} \beta$. Получаем, что

$$S = \pi(D + h \operatorname{tg} \beta)^2 = \pi \left(D + \frac{h}{n \sqrt{1 - 1/n^2}} \right)^2 = \pi \left(D + \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)^2.$$

Задача 3. Пурпурный порошок

Момби летит на метле по своим темноватым делишкам. Метла работает на пурпурном порошке, который, превращаясь в нечто другое, выделяет 10^6 Дж тепла на один грамм, причем известно, что КПД метлы равен 94%. Найдите силу сопротивления воздуха, действующую на Момби с метлой, если опытным путем установлено, что на 100 км пути расходуется 20 грамм порошка.

Положим λ – удельная теплота сгорания порошка, η – КПД метлы. Количество теплоты, выделяемое при сгорании порошка массы m

$$Q_0 = \lambda m.$$

При этом энергия, которую затрачивается на преодоление сопротивления воздуха

$$Q = \eta Q_0 = \eta \lambda m.$$

С другой стороны, эта энергия равна работе сил сопротивления воздуха. Считая скорость Момби постоянной, сила на любом участке пути будет одинакова. Следовательно

$$A = Fl = Q = \eta \lambda m \quad \Rightarrow \quad F = \eta \lambda \frac{m}{l} = 0,94 \cdot 10^6 \frac{20}{10^5} = 188 \text{ Н}.$$

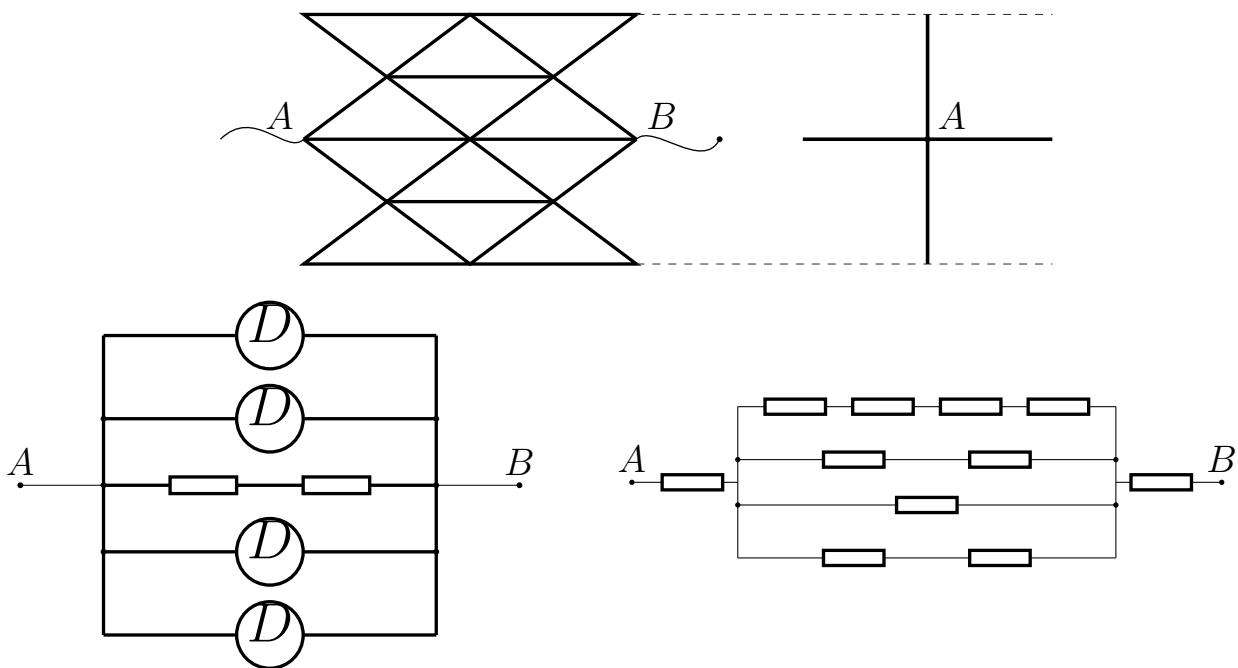
Задача 4. Головоломка

Чтобы открыть замок и сбежать на поиски приключений, Типу нужно вставить между двумя контактами проволочку точно такого же сопротивления, что и настоящий ключ. Он подсмотрел, что настоящий ключ состоит из двух одинаковых перпендикулярно расположенных схем с общей осью AB (A и B это контакты, см. рисунок), а из надежных источников узнал, что сопротивление каждого прямого участка равно R . Найдите сопротивление ключа.

Поскольку цепь имеет симметрию относительно плоскости, содержащей серединные перпендикуляры к AB , то все точки цепи, лежащие в ней имеют одинаковый потенциал и схему можно перестроить следующим образом.

Сопротивление каждого из блоков D рассчитывается как

$$R_D = R + \frac{R}{1/4 + 1/2 + 1 + 1/2} + R = \frac{22}{9} R.$$



Тогда всё сопротивление цепи

$$r = \frac{R}{9/22 + 9/22 + 1/2 + 9/22 + 9/22} = \frac{22}{47}R.$$

Задача 5. Заряженные шарики

Алиса и Изольда развлекаются, экспериментируя с заряженными шариками. Алиса зарядила 4 одинаковых шарика и расположила их в вершинах квадрата, а Изольда зарядила 6 таких же шариков, расположив их в вершинах правильного шестиугольника с той же длиной ребра. В некоторый момент все шарики отпустили. Найдите отношение кинетических энергий шариков Алисы и Изольды и их скоростей, когда они летят уже вдалеке от них обеих. Какая скорость больше? (Используйте точные числа, без округлений.)

Посчитаем энергию системы для квадрата со стороной a

$$W_1 = 2 \left[\frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} \right] = \frac{2kq^2}{a} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Энергия системы сохраняется, а ввиду симметрии и каждого из шариков тоже. Поскольку потенциальная энергия обращается в ноль на бесконечности, то получаем условие на скорость

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{W_1}{4} \Rightarrow v_1^2 = \frac{kq^2}{ma} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Аналогично рассматривается правильный шестиугольник с такой же стороной

$$W_2 = 3 \left[\frac{2kq^2}{a} + \frac{2kq^2}{\sqrt{3}a} + \frac{kq^2}{2a} \right] = \frac{3kq^2}{a} \left(\frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right),$$

$$v_2^2 = \frac{kq^2}{ma} \left(\frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right).$$

Тогда отношение скоростей на бесконечности следующее

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}}{2 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{15 + 4\sqrt{3}}{6 + 3\sqrt{2}}} > 1.$$