ОБЛАСНА ОЛІМПІАДА З ФІЗИКИ – 2017
8 КЛАС (ТЕОРЕТИЧНИЙ ТУР)

КАТЕР (3 бали) Капітан катера намагається встановити рекорд зі швидкісного (найменшого за часом) проходження певної дистанції – від місця старту до розвороту і назад до місця старту. Де вигідніше це зробити: на річці (вздовж течії) чи озері? Доведіть чому. Власну швидкість катера вважати сталою на усій дистанції.

Розв'язок:
Для того щоб зрозуміти де вигідніше встановити рекорд зі швидкісного проходження дистанції необхідно знайти і порівняти час, який необхідний для подолання однакової дистанції на озері і річці.
Нехай віддаль від старту до розвороту і, відповідно, від розвороту до старту буде рівною l, а власна швидкість човна – v. Тоді час необхідний для подолання усієї дистанції на озері буде рівний:

$$t_{\text{оз}} = \frac{2l}{v} \qquad (1)$$

Час необхідний для подолання усієї дистанції на річці, з урахуванням швидкості течії річки u буде рівний:

$$t_{\text{р}} = \frac{l}{v+u} + \frac{l}{v-u} = \frac{2vl}{v^2-u^2} \qquad (2)$$

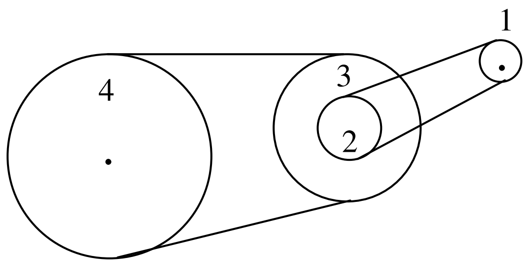
Порівнюючи час затрачений на подолання дистанції на озері з останнім на річці отримаємо:

$$\frac{t_{\text{оз}}}{t_{\text{р}}} = \frac{v^2-u^2}{v^2} < 1 \qquad (3)$$

Цей вираз є завжди менший одиниці у зв'язку з ненульовим значенням швидкості течії річки, тому $t_{оз} < t_p$. Отже, швидкісне проходження дистанції вигідніше проходити на озері.

Критерії оцінювання:
Записано рівняння для знаходження часу проходження дистанції на озері – (1): 1 бал;
Записано рівняння для знаходження часу проходження дистанції на річці – (2): 1 бал;
Записане порівняння часів на обох водоймах – (3) і зроблений правильний висновок: 1 бал.

ОБЕРТАННЯ (4 бали) Рух від шківа 1 передається до шківа 4 за допомогою двох пасових передач зображених на рисунку. Визначте частоту обертання шківа 4, якщо шків 1 робить 120 обертів за секунду. Радіуси першого, другого, третього і четвертого шківів відносяться як 1:2:4:6. Шківи 2 і 3 з’єднані жорстко.



Розв’язок:

Зв'язок лінійної швидкості першої пасової передачі з частотами обертання шківа 1 та шківа 2:

$$v_1 = 2\pi r_1 n_1,\ v_2 = 2\pi r_2 n_2; \tag{1}$$

де r_1 , r_2 - радіуси шківа 1 та шківа 2, відповідно, n_1, n_2 - частоти обертання шківа 1 та шківа 2, відповідно. Шківи 1 і 2 з’єднані пасом, отже

$$v_1 = v_2; \tag{2}$$

З (1) і (2) отримуємо

$$n_2 = \frac{r_1}{r_2} n_1 \tag{3}$$

Шківи 2 і 3 з’єднані жорстко, отже частота обертання третього шківа n_2 рівна частоті обертання другого шківа:

$$n_2 = n_3 \tag{4}$$

Зв'язок лінійної швидкості другої пасової передачі з частотами обертання шківа 3 та шківа 4:

$$v_3 = 2\pi r_3 n_3,\ v_4 = 2\pi r_4 n_4\ , \tag{5}$$

де r_3, r_4 - радіуси шківа 3 та шківа 4, відповідно, n_3, n_4 - частоти обертання шківа 3 та шківа 4, відповідно. Шківи 3 і 4 з’єднані пасом, отже

$$v_3 = v_4; \tag{6}$$

З (5) і (6) отримуємо

$$n_4 = \frac{r_3}{r_4} n_3 \tag{7}$$

Використавши (3), (4) і (7) , отримаємо кінцевий результат:

$$n_4 = \frac{r_3 r_1}{r_4 r_2} n_1 \qquad (8)$$

Підставивши значення з умови задачі, отримаємо $n_4 = 40$ об/с.

Критерії оцінювання:

Отримано співвідношення – (3): 1 б;
Отримано співвідношення – (7): 1 б;
Отримано кінцеву формулу– (8): 1 б;
Обчислено частоту обертання шківа 4: 1 б.

ВАНТАЖ (5 балів) Яку мінімальну роботу потрібно виконати силі F для того щоб пересунути лежачий на шорсткуватій горизонтальній поверхні вантаж масою m = 10 кг на відстань l = 1 м за допомогою невагомого гумового пружного джгута з коефіцієнтом пружності k = 10 Н/м, який прикріплений до центру мас вантажу. Джгут у початковий момент часу є нерозтягнутим. Коефіцієнт тертя вантажу з поверхнею становить μ = 0,1. Напрям прикладеної сили F вважати горизонтальним.

Розв'язок:

Для того щоб виконана робота була мінімальною вантаж потрібно пересувати дуже повільно. У цьому випадку затрачена робота не буде витрачатись на збільшення кінетичної енергії вантажу, а піде лише на подолання сили пружності і сили тертя.

Для того щоб вантаж можна було зсунути з місця джгутом, останній мусить бути розтягнутий настільки щоб діяти на вантаж зі силою:

$$F = \mu m g \qquad (1)$$

Якщо сила буде меншою ніж F, то вантаж не зсунеться з місця, а якщо більшою ніж F, то вантаж почне рухатись з прискоренням збільшуючи свою кінетичну енергію.

При розтягування джгута діємо зі змінною по величині силою, яка буде змінюватись від нуля до F – моменту початку зсування вантажу. Сам джгут, згідно закону Гука, при цьому видовжиться на величину:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{\mu m g}{k} \qquad (2)$$

Робота, яку потрібно виконати для того щоб розтягнути джгут на величину Δl буде рівною:

$$A_1 = \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \frac{F^2}{2k} = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k} \qquad (3)$$

При пересуванні вантажу прикладеною силою F він переміститься на віддаль l і при цьому сила виконає роботу:

$$A_2 = Fl = \mu m g l \qquad (4)$$

Повна мінімальна робота необхідна для переміщення вантажу буде рівною:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k} + \mu m g l \approx 15 \text{ Дж} \qquad (5)$$

Критерії оцінювання:

Записано вираз для мінімальної сили зміщення вантажу – (1): 1 бал;

Записано рівність між силою розтягу джгута і мінімальною силою для зміщення вантажу – (2): 1 бал;

Записано вираз виконаної роботи для розтягу джгута – (3): 1 бал;

Записано вираз для роботи по пересуненню вантажу – (4): 1 бал;
Записано вираз повної роботи і проведено правильне обчислення – (5): 1 бал.

КАЛОРИМЕТР (6 балів) У калориметр, в якому міститься вода при температурі 20°С, занурюють нагріту в окропі кульку. Внаслідок цього температура води у калориметрі піднімається на 2°С. На скільки ще підніметься температура води у калориметрі, якщо додати ще дві такі самі нагріті в окропі кульки? Перша кулька залишається у калориметрі.

Розв'язок:
Рівняння теплового балансу, яке настає після занурення нагрітої в окропі кульки ($T = 100°C$), можна записати таким чином:

$$m_B c_B(20°C - 22°C) + m_K c_K(100°C - 22°C) = 0, \qquad (1)$$

де m_B і m_K – маси води і кульки, а c_B і c_K – питомі теплоємності води і кульки, відповідно. З цього рівняння можна виразити такі співвідношення:

$$m_B c_B = 39 m_K c_K \text{ або } m_K c_K = \frac{m_B c_B}{39} \qquad (2, 3)$$

Рівняння теплового балансу, який настає після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок враховуючи, що перша кулька залишилась у калориметрі матиме вигляд:

$$m_B c_B(22°C - T_X) + m_K c_K(22°C - T_X) + 2m_K c_K(100°C - T_X) = 0 \qquad (4)$$

З останнього рівняння можна виразити температуру T_X, яка встановиться у калориметрі:

$$T_X = \frac{22 m_B c_B + 222 m_K c_K}{m_B c_B + 3 m_K c_K} \qquad (5)$$

Виконавши підстановку з рівнянь (2) або (3) отримаємо числове значення встановленої температури:

$$T_X \approx 25{,}7°C \qquad (6)$$

Отже, температура у калориметрі підніметься ще на $\Delta t = 25{,}7°C - 22°C = 3{,}7°C$.

Критерії оцінювання:
Записано рівняння теплового балансу, яке настає після занурення нагрітої в окропі кульки – (1): 1 бал;
Записано один з виразів (2, 3) або ж безпосередньо використаний далі: 1 бал;
Записано вираз теплового балансу, який настає після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок – (4): 2 бали;
Записано вираз для температури T_X, яка встановиться у калориметрі – (5): 1 бал;
Обчислено температуру T_X (6) і зміну температури після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок (Δt): 1 бал.

ВАЖІЛЬ (7 балів) На одному кінці невагомого тонкого стержня насаджена свинцева кулька, а на протилежному кінці - алюмінієва кулька. Стержень з кульками розміщений у воді на гострій опорі і перебуває в рівновазі в горизонтальному положенні. Відстань між центрами кульок 20 см і кульки розміщені симетрично відносно точки опори. В який бік і на яку відстань потрібно зсунути алюмінієву кульку для збереження рівноваги системи у повітрі? Густина свинцю 11300 кг/м^3, алюмінію 2700 кг/м^3 і води 1000 кг/м^3.

Розв'язок:

Умова рівноваги системи у воді:

$$(m_1 g - F_{A1})\frac{l}{2} = (m_2 g - F_{A2})\frac{l}{2} \qquad (1)$$

де m_1, m_2 маса свинцевої та алюмінієвої кульки відповідно, F_{A1}, F_{A2} сила виштовхування свинцевої та алюмінієвої кульки відповідно.

Підставивши в (1) формулу для маси, вираженої через густину і об'єм для кожної кульки, та формулу для виштовхувальної сили,

$$m_1 = \rho_1 V_1, m_2 = \rho_2 V_2 \qquad (1б)$$

та $F_{A1} = \rho V_1 g,\ F_{A2} = \rho V_2 g$ (1а)

та здійснивши перетворення, отримаємо:

$$(\rho_1 - \rho)V_1 g = (\rho_2 - \rho)V_2 g \qquad (2)$$

або

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} \qquad (3)$$

Для збереження рівноваги потрібно алюмінієву кульку змістити на деяку відстань.

Для того, щоб знати куди потрібно зміщувати алюмінієву кульку (по відношенню до свинцевої кульки), потрібно визначити яка з них є має більшу масу. Для цього використаємо формули (1б) та вираз (3) і отримаємо:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{(\rho_2 - \rho)}{(\rho_1 - \rho)} \qquad (3а)$$

Після підстановки числових значень густини, отримаємо 1,44$m_1 \approx m_2$, тобто алюмінієва кулька є важчою, для встановлення рівноваги у повітрі її потрібно зміщувати в напрямі свинцевої кульки на деяку відстань *x*.

Умова рівноваги системи у повітрі:

$$m_1 g \frac{l}{2} = m_2 g \left(\frac{l}{2} - x\right) \qquad (4)$$

Оскільки $m_1 = \rho_1 V_1, m_2 = \rho_2 V_2$, то (4) набуде вигляду:

$$\rho_1 V_1 \frac{l}{2} = \left(\frac{l}{2} - x\right)\rho_2 V_2 \qquad (5)$$

або $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1 l}{2\rho_2\left(\frac{l}{2}-x\right)} \qquad (6)$$

Зі співвідношень (3) і (6) отримуємо рівняння відносно *x:*

$$\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = \frac{\rho_1 l}{2\rho_2\left(\frac{l}{2} - x\right)}$$

Звідки отримаємо

$$x = \frac{l\rho(\rho_1 - \rho_2)}{2\rho_2(\rho_1 - \rho)} \qquad (7)$$

Підставивши дані з умови задачі, отримаємо $x \approx 3,1$ см.

Критерії оцінювання:

Записано умову рівноваги у воді - (1): 1 бал;
Записано умову рівноваги у повітрі - (4): 1 бал;
Отримано співвідношення - (3): 1 бал;
Отримано співвідношення - (3а) та зроблено висновок про напрям зміщення кульки: 1 бал;
Отримано співвідношення - (6): 1 бал;
Отримано кінцеву формулу - (7): 1 бал;
Обчислено зміщення кульки: 1 бал.