

## ЗАВДАННЯ

Електрична схема «чорної скриньки» складається лише з трьох резисторів і має три виводи. Визначте за якою схемою («трикутник» чи «зірочка») з'єднані три резистори, якщо сума  $R_C$  опорів всіх резисторів задовольняє умову:  $1 \text{ кОм} < R_C < 3 \text{ кОм}$ . Експериментально знайдіть опори резисторів.

**Обладнання:** «чорна скринька» з виведеними назовні трьома провідниками, омметр (цифровий мультиметр).

## Розв'язок

Для того, щоб знайти вигляд електричної схеми («трикутник» чи «зірочка»), потрібно виміряти опори на ділянках 12, 23 та 13 (відповідно  $R_{12}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{13}$ ). Матимемо наступні результати:  $R_{12} = 0,5392$  (кОм),  $R_{23} = 0,6103$  (кОм),  $R_{13} = 0,1932$  (кОм). Припустимо, що всередині чорної скриньки – «зірочка» (див. рис. 1). Тоді сума  $R_{12} + R_{23} + R_{13} = 2(r_1 + r_2 + r_3) = 1,343$  (кОм). Отже  $(r_1 + r_2 + r_3) = R_c = 0,6714$  (кОм).

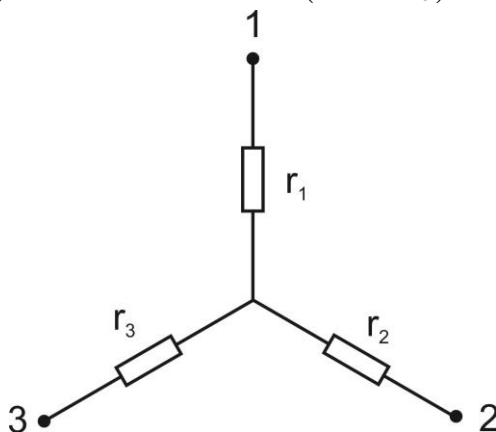


Рис. 1

Тому, можна стверджувати, що дана електрична схема – «трикутник». Розглянемо детальніше дану схему (див. рис. 2).

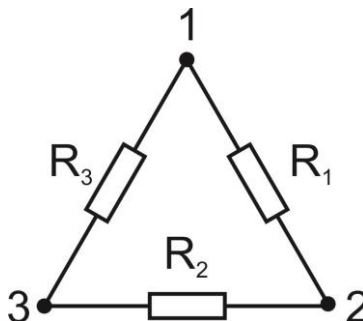


Рис. 2

Введемо позначення опорів згідно рисунка 2. Для знаходження  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  можна скласти систему рівнянь маючи результати вимірів опорів на ділянках 12, 23 та 13. Однак отримані рівняння міститимуть нелінійні члени ( $R_{12} = (R_2 + R_3) \parallel R_1$  і тд.) та й загалом розв'язати її буде доволі складно.

Отже для розв'язання задачі зробимо наступні виміри. Замкнемо накоротко виводи 23 та помірємо опір  $R_{1(23)к}$  (опір між точкою 1 та замкнутими накоротко контактами 23). Аналогічно зробимо із виводами 13 та помірємо опір  $R_{2(13)к}$  (опір між точкою 2 та замкнутими накоротко контактами 13). Також помірємо опір  $R_{3(12)к}$  (опір між точкою 3 та замкнутими накоротко контактами 12). Матимемо  $R_{1(23)к} = 0,1648$  (кОм),  $R_{2(13)к} = 0,5202$  (кОм),  $R_{3(12)к} = 0,1863$  (кОм).

При таких з'єднаннях одним з резисторів можна знехтувати. Наприклад (див. рис. 3) для опору ділянки між точками 1 та замкнутими накоротко контактами 23 можна відкинути резистор  $R_2$ .

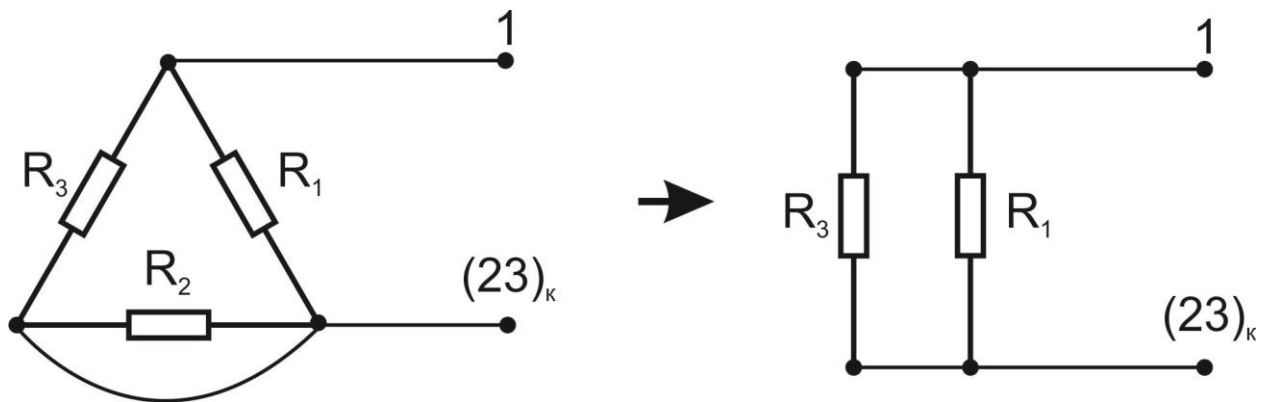


Рис. 3

Таким чином отримуємо паралельне з'єднання двох резисторів  $R_1$  та  $R_3$  ( $R_1 \parallel R_3$ ). Отже матимемо

$$\begin{cases} R_{1(23)к} = R_1 \parallel R_3, \\ R_{2(13)к} = R_1 \parallel R_2, \\ R_{3(12)к} = R_2 \parallel R_3. \end{cases} \quad (1)$$

Відповідно для обернених величин система (1) матиме вигляд

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{1(23)к}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}, \\ \frac{1}{R_{2(13)к}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \\ \frac{1}{R_{3(12)к}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \end{cases} \quad (2)$$

Введемо позначення  $1/R_1 = x$ ,  $1/R_2 = y$ ,  $1/R_3 = z$ ,  $1/R_{1(23)к} = Y_1$ ,  $1/R_{2(13)к} = Y_2$  та  $1/R_{3(12)к} = Y_3$ , відповідно. Тоді систему (2) перепишемо згідно нових позначень.

$$\begin{cases} Y_1 = x + z, \\ Y_2 = x + y, \\ Y_3 = y + z. \end{cases} \quad (3)$$

Систему рівнянь (3) розв'язуємо методом віднімання. Віднявши від першого рівняння друге та додавши третє, отримуємо:  $Y_1 - Y_2 + Y_3 = (x + z) - (x + y) + (y + z) = 2z$ . Отже:

$$z = (Y_1 - Y_2 + Y_3)/2,$$

$$x = Y_1 - z = Y_1 - (Y_1 - Y_2 + Y_3)/2 = (Y_1 + Y_2 - Y_3)/2,$$

$$y = Y_3 - z = Y_3 - (Y_1 - Y_2 + Y_3)/2 = (Y_3 - Y_1 + Y_2)/2.$$

Тепер можна знайти  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$  обчисливши обернені до величин  $x$ ,  $y$ ,  $z$  значення:  $R_3 = 0,2102$  (кОм),  $R_1 = 0,7626$  (кОм),  $R_2 = 1,637$  (кОм).

Також, задачу можна розв'язати врахувавши, що схеми «трикутник» та «зірочка» є еквівалентними. Врахувавши результати вимірів опорів ділянок  $R_{12}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{13}$  та схему «зірочки» (див рис. 1), можна укласти рівняння по аналогії з системами (2-3) відносно невідомих величин  $r_1$ ,  $r_2$  та  $r_3$ . Тоді шукані величини опорів резисторів «трикутника» можна розрахувати за допомогою формул:

$$R_1 = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}.$$

$$R_2 = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1}.$$

$$R_3 = r_1 + r_3 + \frac{r_1 r_3}{r_2}.$$

Опори резисторів задачі є наступними  $R_1 = 0,75$  (кОм),  $R_2 = 1,8$  (кОм),  $R_3 = 0,2$  (кОм) з допуском (похибкою) 10%, тому значення тому результати вимірів для різних «чорних скриньок» можуть відрізнятися в межах допуску.