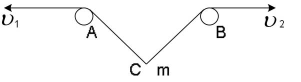
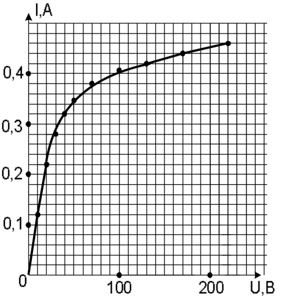
9 клас

1. Точкове тіло масою m підіймають за допомогою двох нерозтяжних і невагомих ниток, що перекинуті через нерухомі блоки A і B. Кінці ниток рухаються горизонтально зі сталими швидкостями $\upsilon_1 = 3{,}00$ м/с та $\upsilon_2 = 6{,}00$ м/с. Вважаючи блоки ідеальними, знайдіть натяги ниток у положенні, коли AC = AB = BC = 10,0 м.



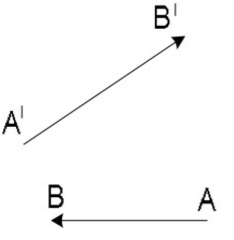
2. Опір електричної лампочки збільшується зі збільшенням температури нитки розжарювання. Залежність сили струму через нитку лампочки від прикладеної напруги подана на рисунку. Визначте найбільший і найменший опір лампочки. Оцініть середнє значення температурного коефіцієнта опору матеріалу нитки розжарювання, якщо відомо, що при напрузі 220 В температура нитки становить 2000 ^{0}C.



3. У посудині містяться дві незмішувані рідини з густинами ρ_1 і ρ_2 і товщинами h_1 і h_2 відповідно. На поверхню рідини кладуть маленьке тіло обтічної форми, яке досягає дна якраз у той момент, коли його швидкість стає рівною нулеві. Визначте густину матеріалу, з якого виготовлено тіло.

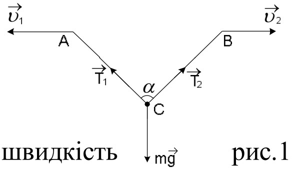
4. У центрі днища прямокутної баржі з вертикальними бортами a = 80 м, шириною $в$ = 10 м і висотою c = 5 м утворився отвір d=1 см. Оцініть час, за який баржа затоне, якщо не відкачувати відкрита, вантажу на ній немає, початкова висота бортів над h = 3,75 м.

5. На рисунку показано предмет AB і його зображення A^1B^1, одержане в лінзі. Визначити побудовою розміщення лінзи і її головних фокусів.



9 клас

Задача 1. Розв'язок журі. Сили натягу ниток $\vec{T_1}$ і $\vec{T_2}$ можна визначити з другого закону Ньютона: (рис.1) $\vec{T_1} + \vec{T_2} + m\vec{g} = m\vec{a}_c$ (1),



де $\vec{a}_c$ – прискорення точкової маси m. Знайдемо швидкість точкової маси $\vec{\upsilon}_c$. З умови нерозтяжності ниток випливає, що проекції $\vec{\upsilon}_c$ на напрямки ниток дорівнюють відповідним швидкостям точок ниток $\vec{\upsilon}_1$ та $\vec{\upsilon}_2$. Оскільки $\vec{\upsilon}_2 = 2\vec{\upsilon}_1$, а кут $\alpha = 60^0$, в зображеному положенні $\vec{\upsilon}_c = \vec{\upsilon}_2$ (див. рис. 2).

рис.1

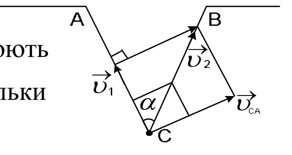


рис.2

Отже, відносно точки *B* нормальне прискорення дорівнює $a_{nсв} = 0$, а повне $\vec{a}_c = \vec{a}_{cв}$ перпендикулярне $\overrightarrow{CB}$ (рис.3). Рух точки *C* можна розглядати і відносно точки *A* – це переносний рух вздовж *AC* з швидкістю $\vec{\upsilon}_1$ та обертальний рух нитки *AC* відносно осі *A*. $\vec{\upsilon}_c = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_{CA}$ (рис.2). Нормальне прискорення відносно точки *A*. $a_{nCA} = \dfrac{(\upsilon_{CA})^2}{CA}$ (2). Повне прискорення знаходим за рис. 3 (ми знаємо його напрямок та величину його проекції на *AC*).

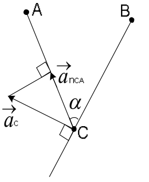


рис.3

$$a_c = \frac{a_{nCA}}{\cos(90^0 - \alpha)}$$ (3). Підставляючи (2) в (3), знайдемо, що $a_c \approx 3{,}12 \dfrac{м}{с^2}$.

Проектуючи рівняння (1) на осі O_1x та O_2y, (рис. 4) отримаємо:

O_1x: $mg\cos\alpha - T_2\cos(90^0 - \alpha) = ma_c\cos\alpha$;

O_2y: $mg\cos\alpha - T_1\cos(90^0 - \alpha) = -ma_c$, звідки одержимо відповідь:

$$T_1 = \frac{m(g\cos\alpha + a_c)}{\cos(90^0 - \alpha)};\ T_1 \approx 9{,}21\frac{м}{с^2}\cdot m\ ;$$

$$T_2 = \frac{m(g - a_c)\cos\alpha}{\cos(90^0 - \alpha)};\ T_1 \approx 3{,}86\frac{м}{с^2}\cdot m\ .$$

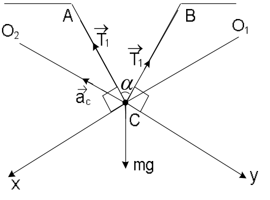
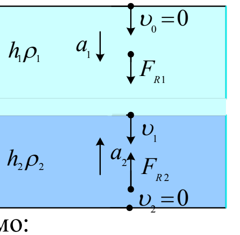


рис.4

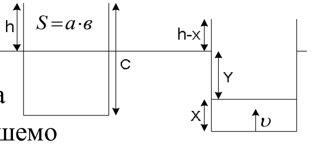
Задача 2. Найбільший опір лампочки R_1 при U = 220 В (найбільша температура). $R_1 = U_1/I_1 = 220/0{,}46 = 480$ Ом. Найменший опір лампочки R_0 в початковому стані. Визначимо його, враховуючи, що при малих напругах (U = 10 В, I = 0,12 А) нагріванням лампочки можна знехтувати (про це свідчить прямолінійна ділянка V – A характеристики для напруг $0 \div 10В$). $R_0 = 10/0{,}12 = 83$ Ом. Вважаючи, що опір лінійно залежить від температури $R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, визначимо температурний коефіцієнт опору.

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0\Delta t} = 0{,}003\ К^{-1}.$$

Задача 3. Вважаємо швидкості руху тіла малими і знехтуємо в'язкістю середовища, тоді на тіло діють тільки сили Архімеда і тяжіння. При русі у першій рідині: $F_{R1} = \rho gV - \rho_1 gV = ma_1$ (1), $2a_1h_1 = \upsilon_1^2$ (2). При русі у другій рідині: $F_{R2} = \rho gV - \rho_2 gV = ma_2$ (3), $2a_2h_2 = \upsilon_1^2$ (4). Розв'язавши рівняння (1) – (4), отримаємо:



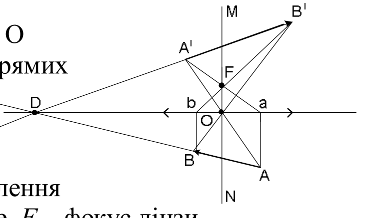
$\rho = \dfrac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}$ (6), $\rho_1 < \rho < \rho_2$. **Енергетичний спосіб.** При опусканні тіла його потенціальна енергія зменшується $\Delta\Pi_1 = -\rho g(h_1 + h_2)V$, а потенціальна енергія рідин збільшується (рідина піднімається на місце тіла) $\Delta\Pi_2 = \rho_1 g h_1 V + \rho_2 g h_2 V$. Оскільки кінетична енергія системи не змінюється, $\Delta\Pi = \Delta\Pi_1 + \Delta\Pi_2 = 0 = \Delta K$ (5). З рівняння (5) отримаєм відповідь (6).



Задача 4. З умови плавання у початковому стані визначимо масу баржі: mg = $\rho g a в (C - h) \Rightarrow$ m = $\rho a в (C - h)$ (1). Оскільки отвір малий, можна вважати рух баржі практично рівномірним. Запишемо умову рівноваги баржі для довільного моменту часу (у баржі рівень води x) $m_в g$ + mg = $\rho g a в (y + x)$ (2). $m_в$ = $\rho a в x$ (3) – маса води, що потрапила у баржу. Підставимо (3) у (2): m = $\rho a в y$ (4). Враховуючи (1), маємо y = C – h, тобто різниця рівнів води у водоймі і в баржі постійна. Запишемо рівняння Бернуллі для двох перерізів рідини: 1 – поверхня води у водоймі; 2 – поверхня отвору у дні баржі у початковий момент часу.

$$P_0 + \rho g(C - h) = P_0 + \frac{\rho \upsilon^2}{2} \Rightarrow \upsilon^2 = 2g(C - h)$$ – швидкість затікання води у баржу. Час, за який баржа затоне, визначимо з геометричних міркувань.

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot \upsilon \cdot t = a в h \Rightarrow t = \frac{4 a в h}{\pi d^2 \sqrt{2g(C - h)}} = 7{,}6 \cdot 10^6 c \approx 3 \text{ місяці.}$$



Задача 5. Оптичний центр лінзи лежить в точці O перетину прямих B^1B і AA^1. Точка D перетину прямих AB і A^1B^1 лежить у площині лінзи. Отже, лінза розміщена вздовж прямої *OD*. *MN* (*MN* перпендикулярна *OD*) – головна оптична вісь лінзи. Промені Aa і Bb після заломлення перетнуться у фокусі лінзи (Aa || Bb || MN). Отже, *F* – фокус лінзи.