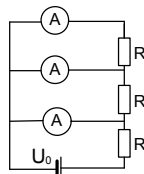


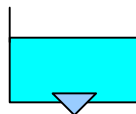
Теоретичний тур
8 клас

1. У схемі, зображеній на рисунку, всі амперметри однакові і всі резистори R однакові. Верхній амперметр показує силу струму $I_B = 1$ мА, середній – силу струму $I_C = 4$ мА. Напруга ідеального джерела напруги $U_0 = 4,5$ В. Що показує нижній амперметр? Чому дорівнює опір резисторів R ?



2. У теплоізолювану посудину помістили $m_1 = 4$ кг льоду при температурі $t_1 = -20$ °С, $m_2 = 4$ кг води при температурі $t_2 = 50$ °С і $m_3 = 100$ г пари при температурі $t_3 = 100$ °С. Визначити температуру в посудині, а також маси води, льоду та пари після встановлення теплової рівноваги. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 340$ кДж/кг, питома теплоємність льоду та води відповідно $c_1 = 2,1$ кДж/(кг·°С) і $c_2 = 4,2$ кДж/(кг·°С), питома теплота пароутворення води $\gamma = 2300$ кДж/кг.

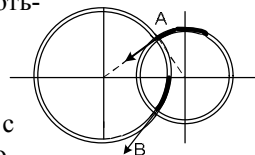
3. Отвір у дні посудини щільно закритий конічним корком. Площа основи корка S , висота L . Рівень дна посудини перетинає конус на половині його висоти. Густина корка та рідини дорівнює відповідно ρ_0 і ρ . Якою повинна бути мінімальна висота рівня рідини $H_m > 0$ над основою конуса, щоб корок не спливав? Яку зовнішню силу F , напрямлену вгору, треба прикласти до корка, щоб його витягти, якщо висота рівня рідини над основою конуса $H > H_m$? Примітка: об'єм конуса $V = SL/3$.



4. Телескопічний реостат складається з трьох металевих тонкостінних трубок однакової довжини, які щільно вставлені одна в одну. Побудувати залежність опору реостата від його довжини. Напруга прикладається до кінців реостата. Довжина кожної трубки 50 см, радіус трубок приблизно 5 см, товщина стінок 0,1 мм, питомий опір 10^{-7} Ом*м.

5. Дві дитячі залізнички мають вигляд кіл, що перетинаються в точках А та В. Одночасно з цих точок відправляються два однакові потяги, кожен уздовж своєї колії.

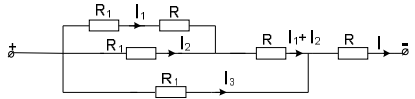
Визначити, через який час після початку руху відбудеться „залізнична аварія”. Відомо, що потяг за 5 с проїжджає нерухому точку, а за 1 хв робить повне коло вздовж залізнички більшого радіусу. Кути, під якими з центрів кіл видно точки А і В, складають 60° і 120° . оцінити, яким може бути найбільший час безаварійного руху на цих залізничках.



РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ

8 клас

Задача 1. Позначивши опір амперметра R_1 , нарисуємо еквівалентне коло. Запишемо закони послідовного і паралельного з'єднань для даного кола.



$$I_1(R_1 + R) = I_2 R_1 \Rightarrow R = R_1(I_2/I_1 - 1) = 3R_1 \quad (1)$$

$$I_2 R_1 + (I_1 + I_2) R = I_3 R_1 \Rightarrow I_3 = I_2 + (I_1 + I_2) R / R_1 = 19 \text{ мА.}$$

$U_0 = I_2 R_1 + (I_1 + I_2)R + IR$, враховуючи (1) і те, що $I = I_1 + I_2 + I_3$ отримаємо:

$R = U_0 / (I_2/3 + I_1 + I_2 + I_1 + I_2 + I_3) = 150 \text{ Ом}$. Згідно умови задачі у відповідях більше двох значущих цифр давати не можна.

Задача 2. Для запису рівняння теплового балансу необхідно провести попередні розрахунки.

1. Яку кількість теплоти треба надати льоду, щоб нагріти його до 0°C ?

$$Q_{\text{л}} = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (0 - t_{\text{л}}) = 168 \text{ кДж.}$$

2. Яку кількість теплоти може віддати пара при повній конденсації?

$$|Q_k| = m_{\text{пг}} = 230 \text{ кДж.}$$

3. $|Q_k| > Q_{\text{л}} \rightarrow$ лід нагріється до 0°C і буде плавитись.

4. Яку кількість теплоти необхідна для повного плавлення льоду?

$$Q_{\text{пл}} = m_{\text{л}} \lambda = 1360 \text{ кДж.}$$

5. $Q_{\text{пл}} + Q_{\text{л}} > |Q_k| \rightarrow$ вода, що виникла з пари буде охолоджуватися.

6. Яку кількість теплоти може виділити вода, що виникла з пари, при охолодженні до 0°C ? $|Q_{\text{ен}}| = c_{\text{в}} m_{\text{п}} (t_{\text{п}} - 0) = 42 \text{ кДж.}$

7. Яку кількість теплоти може виділити вода при охолодженні до 0°C ?

$$|Q_{\text{е}}| = c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_{\text{в}} - 0) = 840 \text{ кДж.}$$

8. $Q_{\text{л}} + Q_{\text{пл}} > |Q_k| + |Q_{\text{ен}}| + |Q_{\text{е}}| \rightarrow$ лід розплавиться частково, кінцева температура системи $\Theta = 0^\circ\text{C}$.

Запишемо рівняння теплового балансу $Q_{\text{л}} = \lambda \Delta m = |Q_k| + |Q_{\text{ен}}| + |Q_{\text{е}}| \rightarrow$

$$\Delta m = (|Q_k| + |Q_{\text{ен}}| + |Q_{\text{е}}| - Q_{\text{л}}) / \lambda = 2,8 \text{ кг.}$$

Δm – маса льоду, що розплавилась.

$$m_{\text{лнк}} = m_{\text{л}} - \Delta m = 1,2 \text{ кг, } m_{\text{вк}} = \Delta m + m_{\text{в}} + m_{\text{п}} = 6,9 \text{ кг. } m_{\text{пк}} = 0.$$

Задача 3. Якщо висота рівня води над основою конусу (H_m) мінімальна, на конус не діє сила реакції опори, а діє тільки вода і Земля. Силу з боку води розділимо на дві частини: F_T – сила тиску води на основу АВ циліндра ABCD,

$$F_T = \rho g H_m \cdot S_{AB} = \rho g H_m S / 4 \quad (1) \text{ (радіус круга АВ}$$

у 2 рази менше радіуса основи конуса); F_{A6} – сила тиску води на бічну частину конусу, що залишилась без циліндра ABCD. Якщо забрати циліндр ABCD, дія води на бічну частину конусу не зміниться, оскільки з'явиться нова дія води на внутрішню бічну циліндричну стінку бічної частини конуса, яка дорівнює нулю. Без циліндра бічна частина конусу повністю знаходиться у воді, тобто дія води дорівнює силі Архімеда.

$$F_{A6} = \rho g V_6 = \rho g (SL/3 - S_{AB}L/2 - S_{AB}L/6) \quad (2)$$

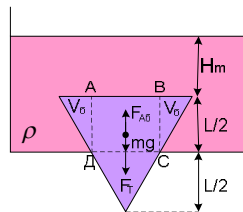
Запишемо умову рівноваги конуса. $F_{A6} = m_k g + F_T$ (3), де $m_k = \rho_0 SL/3$ (4)

Враховуючи (1) – (4), отримаємо: $H_m = 2L(\rho - 2\rho_0)/3\rho$, корок не спливатиме (при $H_m > 0$) тільки при $\rho > 2\rho_0$.

Для визначення мінімальної зовнішньої сили (F_m) потрібної для піднімання корка (при $H > H_m$) запишемо умову рівноваги корка (окрім зазначених сил з'являється тільки зовнішня сила, напрямлена вгору, сила реакції опори у момент піднімання знову відсутня).

$$F_m + F_{A6} = m_k g + F_T \Rightarrow F_m = m_k g + F_T - F_{A6} = \rho_0 g SL/3 + \rho g HS/4 - \rho g SL/6 = \\ = gS(4\rho_0 L + 3\rho H - 2\rho L). \text{ Для витягування корка необхідно прикласти}$$

$$\text{силу } F \geq F_m \text{ (при } \rho > 2\rho_0, H = H_m).$$



Задача 4. За умовою напруга подається до кінців реостата, це можливе тільки при підключенні до зовнішньої і внутрішньої трубки. Тільки в цьому випадку опір реостата однозначно визначається його довжиною, що має сенс (при підключенні до середньої і внутрішньої трубок опір реостата при заданій довжині визначається положенням зовнішньої трубки).

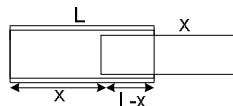
Визначимо опір трубок. $R = \rho L/S = \rho L/(2\pi R d) = 1,6 \text{ мОм}$, де L, R, d – відповідно довжина, радіус і товщина стінок трубки.

Опір будь-якої ділянки довжиною X дорівнює: $R_x = R X/L$.

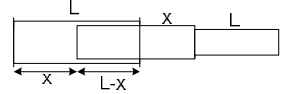
1) Розглянемо випадок коли довжина реостата $L_p \leq 2L$. Будемо витягувати внутрішню трубку, не рухаючи інші.

$L_p = L + x$, $x = L_p - L$ (1). На ділянці x – дві трубки

паралельно, на ділянці $(L - x)$ – три трубки паралельно,



на ділянці (x) – одна. $R_x = R_x/2L + R(L-x)/3L + R_x/L = R(7x + 2L)/6L =$
 $= R(7L_p - 5L)/6L$ – опір реостата при $L_p \leq 2L$ лінійно залежить від L_p . Опір
 реостата при довжині L_p не залежить від способу її
 отримання. $L_p = L + x_1 + x_2$. На ділянці $(x_1 + x_2)$ –
 одна трубка, на ділянці $(x_1 + x_2)$ – дві трубки
 паралельно, на ділянці $(L - x_1 - x_2)$ – три трубки паралельно.



При $x = x_1 + x_2$ опори реостатів рівні.

2). Нехай $2L \leq L < 3L$. Внутрішня трубка максимально (на L) витягнута з
 середньої, яка на x витягнута з зовнішньої. $L_p = 2L + x$

На ділянці $(2x + L)$ – одна трубка,

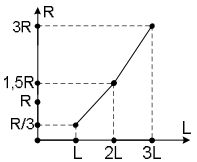
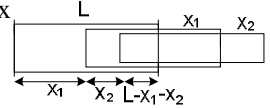
на ділянці $(L - x)$ – дві трубки паралельно,

$$R_x = R(2x + L)/L + R(L - x)/2L = 3R(x + L)/2L =$$

$$3R(L_p - L)/2L.$$

Опір реостата при $2L \leq L < 3L$ лінійно залежить від L_p .

При $L = 2L$, $R_1 = 3R/2$, при $L_p = 3L$, $R_2 = 3R$.



Задача 5. Розв'язок журі.

З умови задачі трикутник, який утворений центрами кіл і точкою A має
 кути 30° і 60° і є прямокутним. Тоді відношення радіусів більшого і
 меншого кіл $R/r = \sqrt{3}$. Назвемо першим потяг, який відправляється з точки

A , а другим той, що відправляється з B . Тоді час, через який голова
 першого потягу проходить точку A $t_{1A} = \frac{2\pi r}{v} m$, де m – ціле число, яке

означає кількість обертів першого потягу. Час, через який голова першого
 потягу проходить точку B $t_{1B} = \frac{2\pi r}{3v} + \frac{2\pi r}{v} m$.

Аналогічно для другого потягу $t_{2A} = \frac{5\pi r}{3v} + \frac{2\pi r}{v} n$, $t_{2A} = \frac{2\pi r}{v} n$.

Аварія відбудеться в точці A або B , якщо час прибуття в цю точку потягів
 буде відрізнятися в ту чи іншу сторону на 5 с (час проходження потягу повз

точку), тобто на $\frac{l}{v} = \frac{1}{12} \frac{2\pi R}{v}$. Отже $|t_{2A} - t_{1A}| < \frac{l}{v}$, $|t_{2B} - t_{1B}| < \frac{l}{v}$.

Підставимо одержані раніше вирази і скоротимо все на $\frac{2\pi R}{v} = 1$ хв.

$$\text{Аварія в } A, \text{ якщо } \left| n - \frac{1}{\sqrt{3}} m + \frac{5}{6} \right| < \frac{1}{12} \quad (1)$$

$$\text{Аварія в В, якщо } \left| n - \frac{1}{\sqrt{3}}m + \frac{5}{6} \right| < \frac{1}{12} \quad (2)$$

Знайти за яких найменших додатних значеннях n і m виконуються рівності (1) і (2) не дуже складно. Виявляється, аварія відбудеться в точці В, коли $n = 2$ і $m = 3$. Другий потяг після двох повних обертів досягне цієї точки на $\left(2 - \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) \text{хв} \approx 4,53$ с пізніше першого. Тобто аварія відбудеться рівно через 2 хвилини.

Більш наочним є графічний метод розв'язку. Якщо відкласти вздовж осі абсцис m , а вздовж ординат n , нерівності (1) буде відповідати смуга між прямими $n = \frac{1}{\sqrt{3}}m - \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$ і $n = \frac{1}{\sqrt{3}}m - \frac{5}{6} + \frac{1}{12}$, а нерівності (2) – смуга

між прямими $n = \frac{1}{\sqrt{3}}m + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{12}$ і $n = \frac{1}{\sqrt{3}}m + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{12}$ (див. рис). Всі

прямі мають однаковий кут нахилу 30° і досить точно можуть бути побудовані на аркуші паперу з відповідним масштабом. Ширина смуги у вертикальному напрямку $1/6$. Як бачимо з графіку, перша точка з цілими значеннями n і m має координати (3;2).

Для того, щоб відповісти на питання про найбільший час безаварійного руху, слід „порухати” смуги у вертикальному напрямку, добиваючись того, щоб на якомога більшій ділянці смуги не було вузлів масштабної сітки. Зрозуміло, що початкове положення потягів не є довільним, якщо ми шукаємо найбільший час безаварійного руху. Дійсно, якщо б у початкових положеннях потяги не дотикались один одного, можна було б відтягти їх на рівні відстані назад до дотику і, визначивши таким чином нові стартові умови, збільшити час руху. Отже початок руху відповідає аварійній ситуації, кінець – також. Смуга проходить через початок координат. Найбільша відстань між двома вузлами, які попадають в смугу, – це 7 одиниць по горизонталі і 4 по вертикалі. Для другої смуги найбільша відстань між вузлами така ж. Тобто у найсприятливішому випадку аварія відбудеться в іншій точці через сім неповних обертів вздовж малого кола і чотири неповні оберти вздовж великого.

