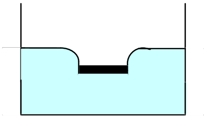
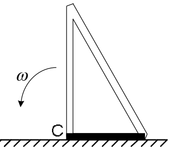
10 клас

1. Заряджена частинка масою m рухається у вакуумі в площині XOY. Її положення фіксується через проміжки часу Δt = 80,0 мс. Вісь OY спрямована вертикально вгору. Однорідне електричне поле напруженістю E спрямоване під кутом β = - 45^0 до осі OX. Координати трьох послідовних положень дорівнюють: x_1 = 19,0 мм, y_1 = 127 мм; x_2 = 101 мм, y_2 = 185 мм; x_3 = 237 мм, y_3 = 149 мм. Знайти заряд q та значення мінімальної швидкості $\upsilon_{\min}$ частинки (поле тяжіння вертикальне).

2. У фільмах про східні єдиноборства можна бачити, як герой вибігає на вертикальну стіну. Оцініть максимальну висоту, на яку, розігнавшись до швидкості υ_0 = 6 м/с, може піднятись таким способом добре тренована людина. Коефіцієнт тертя між стінкою та взуттям μ = 0,6. Вважати, що така людина може подолати висоту 2 м на змаганнях зі стрибків угору з розбігу.



3. Круглу пластину діаметром d = 4 мм і товщиною a = 0,5 мм обережно поклали на поверхню води. Завдяки поверхневому натягу вона залишається на плаву, причому на місці дотику верхньої площини пластинки з поверхнею води кут між ними дорівнює 90^0(*див. рис.*). Визначити густину матеріалу пластинки. Поверхневий натяг води σ = 73 мН/м.

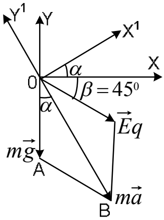


4. Замкнену трубку, яка має вигляд прямокутного трикутника з гострими кутами 30^0 і 60^0, утримують у вертикальній площині. Горизонтальна ділянка трубки заповнена водою, решту трубки займає повітря при атмосферному тиску. Трубку перевертають у вертикальній площині на 90^0 навколо точки C, як показано на рисунку. Під час повороту стовпчик рідини залишається нерухомим щодо трубки. Визначити залежність кутової швидкості ω , з якою повертають трубку, від кута повороту φ . Побудувати залежність тиску всередині стовпчика води від відстані до точки C і визначити, за яких умов і в якому місці стовпчика вода може почати кипіти.

5. На дні посудини, вщент заповненої водою, горизонтально лежить тонке плоске дзеркало. Хлопець, нахилившись над посудиною, бачить зображення свого ока в дзеркалі на відстані d = 25 см. Відстань від ока до поверхні води h = 5 см. Показник заломлення води n = 4/3. Визначити глибину посудини. Всі кути, які промінь утворює з вертикаллю, малі.

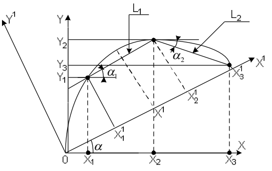
10 клас

Задача 1. Розв'язок журі. Розглянемо частинку в будь-якому положенні. На неї діють дві сталі за величиною і напрямком сили, рівнодійна яких $\vec{R} = m\vec{g} + \vec{E}q = m\vec{a}$ (*рис.1.*).



Отже є напрямок в якому діє стала за величиною та напрямком результуюча сила. Перпендикулярно цьому напрямку частинка рухається із сталою швидкістю. З трикутника ОАВ

за теоремою синусів: $\dfrac{mg}{\sin\gamma} = \dfrac{Eq}{\sin\alpha}$ (1) рис.1.



Величину кута α можна визначити по напрямку осі X^1, вздовж якої $X_2^1 - X_1^1 = X_3^1 - X_2^1$ (2). Для наочності пояснень зробимо *рис.2*.

Умова (2) набуде вигляду:

$L_1\cos(\alpha_1 - \alpha) = L_2\cos(\alpha_2 - \alpha)$.

Звідки знаходимо: рис.2.

$$tg\alpha = \frac{L_1\cos\alpha_1 - L_2\cos\alpha_2}{L_2\sin\alpha_2 - L_1\sin\alpha_1} = \frac{(x_2 - x_1) - (x_3 - x_2)}{(y_3 - y_2) - (y_2 - y_1)} = -\frac{2x_2 - (x_1 + x_3)}{2y_2 - (y_1 + y_3)}. \quad (3)$$

Після підстановки значень координат в (3) знайдемо, що $\alpha = arctg\dfrac{54}{94} \approx 30^0$

Отже згідно (1) заряд частинки дорівнює:

$$q = \frac{mg}{E}\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{mg}{E}\frac{\sin 30^0}{\sin 15^0} = 1{,}93\frac{mg}{E}$$

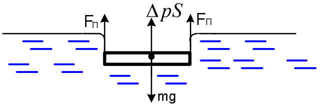
Мінімальна швидкість – це швидкість руху частинки вздовж осі X

$$\upsilon_{\min} = \frac{X_2 - X_1}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\Delta t\cdot\cos\alpha_1}$$

Цю швидкість частинка має в положенні, в якому У = $У_{max}$. Оскільки

$\alpha_1 = \arccos\dfrac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} 35{,}25^0$, тому $\upsilon_{\min}$ = 1,25 м/с

Задача 2. *Див. 9 клас, задача №2.*

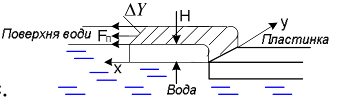


Задача 3. Запишемо умову рівноваги пластинки в проекціях на вертикальний напрям $m\cdot g - \Delta p\cdot S - F_n = 0$, де $m\cdot g$ – сила тяжіння, Δp – різниця тисків на пластину знизу і зверху, $F_п$ – сила поверхневого натягу. Розглянемо кожну силу окремо. Сила тяжіння зв'язана з шуканою густиною ρ матеріалу

пластини співвідношенням $m \cdot g = \rho \cdot (\frac{\pi \cdot d^2}{4}) \cdot a \cdot g$, сила поверхневого натягу, яка діє на пластинку з боку води, дорівнює:

$$F_n = \sigma \cdot \pi \cdot d$$

Різниця сил тиску на пластинку обумовлена зниженням рівня води під пластиною і дорівнює $\Delta p \cdot S = \rho_в \cdot g \cdot (H + a) \cdot (\frac{\pi \cdot d^2}{4})$,



де $\rho_в$ – густина води, Н – глибина занурення верхнього краю пластини. Цю величину визначимо з умови рівноваги виділеного на рис. об'єму води шириною $\Delta y (\Delta y << d)$, записавши його в проекції на горизонтальну вісь Х. На виділений об'єм по горизонталі діє сила поверхневого натягу $F_п = \sigma \Delta y$ і сила тиску води на поверхню Н Δy. Дія атмосферного тиску на цей об'єм скомпенсовується.

$\sigma \Delta y = p \cdot \Delta S = \rho_в \cdot g \cdot (H/2) \cdot H \cdot \Delta y$, звідки $H = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\rho_в \cdot g}}$.

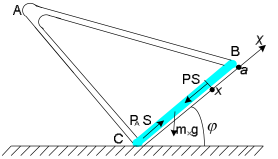
Отже, перепишемо умову рівноваги пластинки у вигляді

$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot a \cdot g - \rho_в \cdot g \cdot (\sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\rho_в \cdot g}} + a) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} - \sigma \cdot \pi \cdot d = 0$$

і знайдемо густину пластинки:

$$\rho = \rho_в + (1/a) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma \cdot \rho_в}{g}} + \frac{4 \cdot \sigma}{a \cdot d \cdot g} \approx 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

Задача 4. Розв'язок журі. На стовпчик води довжиною *x***,** діють сила тяжіння, сили опори з боку стінок і сили тиску (див.рис.). Проекції цих сил на напрям *BC* викликають доцентрове прискорення центру мас $\omega^2 x/2$. За другим законом Ньютона:



$m_x \omega^2 x/2 = m_x g \sin\varphi + PS - P_A S$, (1)

де Р – тиск всередині стовпчика на відстані *x* від точки *C*. Для всього стовпчика $x = a$, $P = P_A$, і з рівняння (1) знаходимо залежність кутової швидкості ω від кута φ. $\omega = \sqrt{2g\sin\varphi / a}$. (2)

Залежність тиску від відстані *x* отримаємо з рівняння (1), підставивши масу стовпчика $m_x = mx/a$ і кутову швидкість ω з рівняння (2)

$$P = P_A + \rho g \sin\varphi \frac{x^2 - ax}{a}. \quad (3)$$

Це рівняння параболи. Найнижчий тиск буде при x = a/2, тобто всередині стовпчика: $P_{\min} = P_A - (1/4)\rho g a \sin\varphi$.

Найменше значення тиску спостерігається наприкінці руху, коли $\varphi = \pi/2$.

Закипить при цьому вода чи ні залежить від того досягне цей тиск значення тиску насиченої пари при температурі води у трубці. Оскільки розміри трубки і температура води в ній не задані, дати однозначну відповідь на питання не можна. Однак можна стверджувати, що вода обов'язково закипить за умови $P_A - 1/4\rho g a \le 0$, тобто якщо сторона трубки $a \ge 4P_A/(\rho g) \approx 40$ м – навряд чи реальне обмеження. Зазначимо також, що у момент зупинки трубки з водою можливі значні перепади тиску у діаметральному до ділянки ВС напрямку, а також відрив краплі у точці В (при повному заповненні ділянки ВС водою).

Задача 5. *Див. 9 клас, задача №5.*