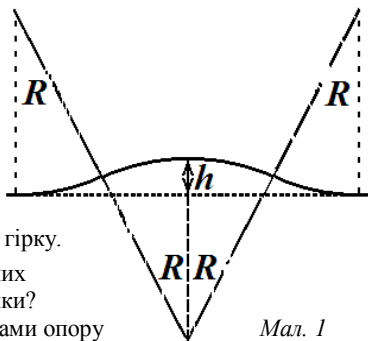


## 9 клас

1. Два однакових калориметри мають температуру  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В перший з них налили  $50\text{ г}$  води з температурою  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коли встановилася теплова рівновага, половину води перелили в другий калориметр. Коли в ньому встановилася теплова рівновага, його температура стала  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Знайти теплоємність кожного з калориметрів. Як зміниться результат, якщо взяти до уваги теплообмін з навколишнім середовищем? Питома теплоємність води  $4,2\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ .

2. Під час формування потягу на залізничній станції двадцяти зчепленим порожнім вагонам надали швидкість  $v_0$  вздовж горизонтальної колії в напрямку гірки висотою  $h = 80\text{ см}$ . Гірка має форму чотирьох однакових дуг кіл радіусами  $R = 2\text{ км}$  кожне (мал. 1). Визначити, за якої найменшої швидкості  $v_{\min}$  вагони переїдуть гірку.

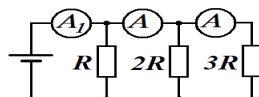


Мал. 1

Чому дорівнюватиме сила натягу міжвагонних зчеплень під час проходження найвищої точки? Довжина одного вагона  $16\text{ м}$ , маса  $25\text{ т}$ . Силами опору і тертя знехтувати.

3. Автобус має три плоских дзеркала заднього огляду: два зовнішніх і одне всередині салону. Площини зовнішніх дзеркал розташовані під кутами  $60^{\circ}$  та  $75^{\circ}$  до напрямку руху автобуса. Яке з цих двох дзеркал знаходиться ближче до водія? Під яким кутом до напрямку руху знаходиться площина внутрішнього дзеркала? Вважати, що середини усіх дзеркал лежать на прямій на рівні очей водія. Автобус зі швидкістю  $30\text{ км/год}$  проїжджає повз пішохода, що йде у тому ж напрямку зі швидкістю  $3\text{ км/год}$ . Через півхвилини водій, не зменшуючи швидкості, починає повертати вздовж дуги радіусу  $50\text{ м}$ . Знайдіть швидкість зображення пішохода у дзеркалі заднього огляду автобуса безпосередньо перед поворотом та на самому його початку.
4. Закрита та повністю заповнена водою циліндрична посудина радіусу  $R$  обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо своєї осі, яка вертикальна. У ній знаходиться сталевая кулька радіусу  $r \ll R$ . Знайти силу, з якою кулька діє на бічну стінку посудини. Густини води і сталі дорівнюють відповідно  $\rho_1$  та  $\rho_2$ . Вода та кулька нерухомі щодо посудини.

5. В електричному колі (мал. 2) всі амперметри однакові. Перший амперметр показує  $10\text{ мА}$ , третій –  $1\text{ мА}$ . Які покази другого амперметра?



Мал. 2

Задачі запропонували І. О. Анісімов (1), О. Ю. Орлянський (2 – 3), В. О. Легяго(4), С. У. Гончаренко (5).

## 9 клас (розв'язки)

### Задача 9.1

1. Див. задача № 4, 8 клас.
2. Врахування втрат тепла приведе до зменшення розрахованого значення теплоємності. Це фізично зрозуміло: при нехтуванні втратами тепла ми, по суті, відносимо їх на рахунок теплоємності калориметра, і значення останньої виходить завищеним. Спробуйте це твердження показати розрахунком.

### Задача 9.2

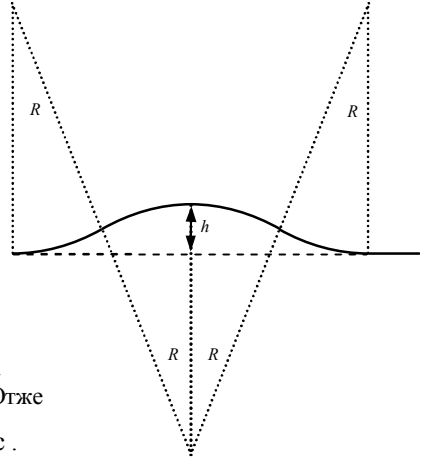
Нехай дуга кола має довжину  $l$ , а кут  $\varphi$ .  
Тоді  $l = R\varphi$ . З іншого боку,  $h/2 = R(1 - \cos\varphi)$ ,

звідки, або за допомогою калькулятора, або з наближених формул можна знайти, що кут  $\varphi = 0,02$  рад, а  $l = 40$  м. Отже, довжина всієї гірки 160 м, або рівно половина довжини  $L = 320$  м потягу з 20 вагонів по 16 м кожний. Коли гірка повністю заповнена вагонами, потяг переїжджає її зі сталою швидкістю  $v$ , яку можна знайти із закону збереження енергії:

$$mv_0^2/2 = mv^2/2 + (1/2)mgh/2,$$

де враховано, що на гірці знаходиться половина потягу, а висота центру мас цієї половини  $h/2$ . Отже

$$v_0 = \sqrt{v^2 + gh/2} > \sqrt{gh/2} = 2 \text{ м/с}.$$

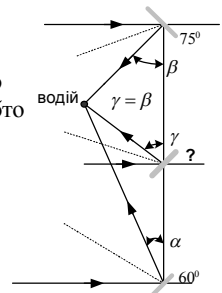


Розглянемо тепер рівномірне перетікання вагонів через гірку з деякою сталою швидкістю  $v$ . Тангенціальне прискорення вагонів дорівнює нулю. Отже, якщо спроектувати другий закон Ньютона для вагона, який підіймається під кутом  $\alpha$  до горизонту, на напрямок його руху, матимемо, що різниця сил натягу  $\Delta T$  спрямована вздовж схилу вгору і дорівнює проекції сили тяжіння  $\Delta mg \sin \alpha$ , або  $\Delta T = \Delta mg \sin \alpha = (mg/L)\Delta l \sin \alpha = (mg/L)\Delta h$ , де  $\Delta l$  – довжина вагону,  $\Delta h$  – проекція довжини вагона на вертикальну вісь,  $m = 500$  т – маса всього потягу. Якщо додати аналогічні вирази для всіх вагонів, що знаходяться з одного боку гірки, знайдемо  $T_{\uparrow} - T_{\downarrow} = mgh/L$ , де сила натягу у найнижчій точці гірки  $T_{\downarrow} = 0$ , оскільки горизонтальна дільниця вагонів рухається без прискорення. Тоді сила натягу у найвищій точці  $T_{\uparrow} = mgh/L = 12,5$  кН.

### Задача 9.3

Будемо вважати, що водій знаходиться посередині лівої половини автобуса, а внутрішнє дзеркало знаходиться посередині автобуса. Тоді, з міркувань симетрії, зрозуміло, що внутрішнє дзеркало розташоване так само, як і ліве ( $\gamma = \beta$ ), тобто утворює з напрямком руху кут  $75^\circ$ . За півхвилини відстань між водієм і пішоходом збільшиться до  $S = (v_0 - v)t = 225$  м.

Перед поворотом зображення буде віддалятися від водія зі швидкістю  $u_1 = v_0 - v = 27$  км/год. Безпосередньо на початку повороту зображення отримає перпендикулярну складову швидкості, що пов'язана з обертанням дзеркала (автобуса) навколо вертикальної вісі  $\omega = v_0/R$ . Якщо знехтувати



відстанню від водія до дзеркала, перпендикулярна складова швидкості дорівнює:  
 $u_2 = \omega S = (v_0 / R)(v_0 - v)t$ . Тоді, швидкість зображення

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = (v_0 - v)\sqrt{1 + (v_0 t / R)^2} \approx 125 \text{ км/год}$$

### Задача 9.4

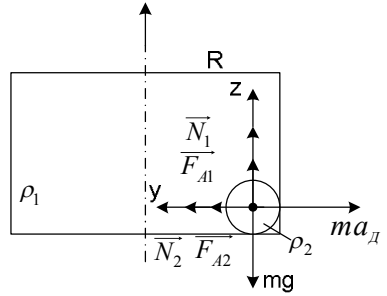
Перейдемо у неінерціальну систему відліку (HeICB), що обертається з куговою швидкістю  $\omega$ . У цій СВ рідина і тіло нерухомі.

За принципом еквівалентності Ейнштейна неінерціальність СВ можна замінити додатковим локальним гравітаційним полем

(з напруженістю  $\vec{g}_1 = -\vec{a}_D$ ), яке в межах посудини неоднорідне, але в околі кульки його можна вважати однорідним, оскільки  $r \ll R$ . Розглянемо сили, що діють на кульку (див. мал.).

$N_1, N_2$  – сили реакції стінок,  $mg$  – сила тяжіння, що пов'язана з полем тяжіння Землі,  $F_{A1}$  – сила Архімеда пов'язана з  $g$ ,  $F_{A2}$  – сила Архімеда (пов'язана з додатковим гравітаційним полем),  $ma_D$  – сила тяжіння у додатковому гравітаційному полі. Запишемо умову рівноваги тіла по вісі OY:  $N_2 + F_{A2} = ma_D \Rightarrow$

$N_2 = ma_D - F_{A2} = \rho_2 V \omega^2 (R - r) - \rho_1 \omega^2 (R - r)V = (\rho_2 - \rho_1) \omega^2 R (4/3) \pi r^3$ . Враховано, що  $R \gg r$ .



### Задача 9.5

Нехай опір амперметра  $R_0$ .

Можна записати:  $U_{AB} = I_3 \cdot (3 \cdot R + R_0)$ ;

$$I_2 = I_3 + I_3 \cdot (3R + R_0) / 2R \quad (1)$$

Напруга між точками С і D дорівнює

$$U_{CD} = U_{AB} + I_2 \cdot R_0 = I_3 \cdot (3 \cdot R + R_0) + I_2 \cdot R_0,$$

$$\text{отже: } I_1 = I_2 + (I_3 \cdot (3R + R_0) + I_2 \cdot R_0) / R \quad (2)$$

З (1) отримуємо  $R_0 / R = 2 \cdot I_2 / I_3 - 5$  (3)      З (2) отримуємо

$$I_1 = I_2 + 3 \cdot I_3 + I_3 \cdot R_0 / R + I_2 \cdot R_0 / R \quad (4)$$

Підставимо (3) в (4):  $2I_2^2 - 2 \cdot I_3 \cdot I_2 - (2I_3 + I_1) \cdot I_3 = 0$ ,

$$\text{звідки } I_2 = \frac{I_3 + \sqrt{I_3^2 + 2I_3(2I_3 + I_1)}}{2} = 3 \text{ мА}.$$

