

1. На фото (мал.1) – професор кафедри квантової макрофізики ДНУ В.С.Савчук. Вважаючи, що фото було зроблено з досить великої відстані, визначити: 1) яка вада зору у вченого – короткозорість чи далекозорість; 2) визначити з якомога більшою точністю оптичну силу лінз його окулярів; 3) як зміниться відповідь, якщо припустити, що фото було зроблено з близької відстані (поясніть). Відомо, що при виготовленні окулярів оптичні центри лінз розташовують навпроти зіниць очей, коли людина дивиться вдалину. Для виконання завдання скористуйтеся лінійкою та наведеною моделлю (мал.2), на якій схематично зображено голову людини, лінзи окулярів і хід променів (вигляд зверху). При розрахунках вважати, що $R=(10,0\pm 1,0)$ см. Оцінити точність розрахунків.
2. Біля вертикальної стінки стоїть паличка АВ довжиною L (мал.3). На її нижньому кінці В сидить жук. В той момент, коли кінець В почали рухати праворуч з постійною швидкістю v, жук поповз по паличці з постійною щодо неї швидкістю u. На яку максимальну висоту над підлогою підніметься жук за час свого руху по паличці, якщо її верхній кінець не відривається від стінки?
3. Відомо, що бензин не розпливається по поверхні води, а липовий брусок у бензині не тоне. У ванну, заповнену водою, опустили кільце з липи (мал.4). Площа поперечного перерізу отвору кільця $S=300$ см², а його висота H=5 см. Яку масу бензину можна влити всередину кільця так, щоб він не потрапив назовні? Густина липи $\rho_{л}=500$ кг/м³.
4. Колона автомобілів рухається прямолінійно зі швидкістю $V=36$ км/год, рівномірно розтягнувшись на $L=3$ км. Два спостерігачі на мотоциклах починають рух з центру колони у протилежних напрямках зі швидкостями $V_1 = 4V$ (у напрямку голови колони) та $V_2=2V$ (у напрямку хвоста колони). Діставши до країв колони, спостерігачі розвертаються та продовжують рух з тими ж швидкостями у зворотному напрямку. Визначте, у який точці колони (відраховуючи від її голови) відбудеться їх перша зустріч і який шлях пройде колона за цей час.
5. На шальку пружинних терезів кладуть тіло масою m. У момент, коли тіло торкнеться поверхні шальки терезів, його миттєво відпускають. У результаті повного згасання коливань шальки з тілом виділяється кількість теплоти Q_m . Скільки тепла Q_M виділиться, якщо за тих же умов тіло масою m замінити на тіло масою $M=n\cdot m$?

Задачі запропонували О.Ю.Орлянський (1), С.У.Гончаренко (2-4), Б.Г.Кремінський (5).

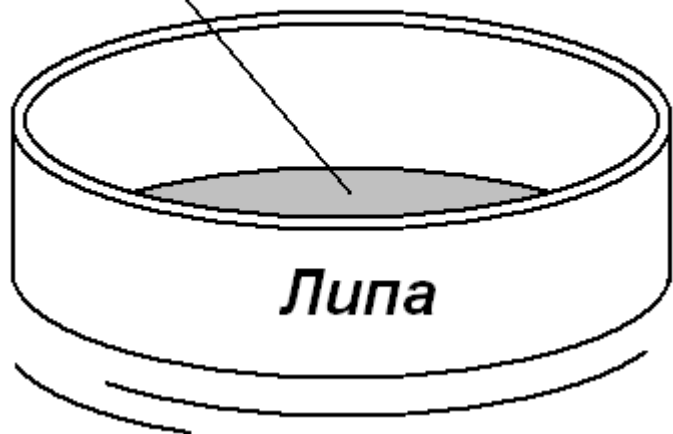
1. На фото (рис.1) – профессор кафедры квантовой макрофизики ДНУ В.С.Савчук. Считая, что фото было сделано с достаточно большого расстояния, определить: 1) какой дефект зрения у ученого – близорукость или дальновзоркость; 2) определить с как можно большей точностью оптическую силу линз его очков; 3) как изменится ответ, если предположить, что фото было сделано с близкого расстояния (пояснить). Известно, что при изготовлении очков оптические центры линз размещают напротив зрачков глаз, когда человек смотрит вдаль. Для выполнения задания воспользуйтесь линейкой и приведенной моделью (рис.2), на которой схематически показана голова человека, линзы очков и ход лучей (вид сверху). При расчетах считать, что $R=(10,0\pm 1,0)$ см. Оцените точность расчетов.
2. У вертикальной стенки стоит палочка АВ длиной L (рис.3). На ее нижнем конце В сидит жук. В тот момент, когда конец В начали двигать вправо с постоянной скоростью v, жук пополз по палочке с постоянной относительно нее скоростью u. На какую максимальную высоту над полом поднимется жук за время своего движения по палочке, если ее верхний конец не отрывается от стенки?
3. Известно, что бензин не растекается по поверхности воды, а липовый брусок в бензине не тонет. В ванну, заполненную водой, опустили кольцо из липы (рис.4). Площадь поперечного сечения отверстия кольца $S=300$ см², а его высота H=5 см. Какую массу бензина можно влить вовнутрь кольца так, чтобы он не попал наружу? Плотность липы $\rho_{л}=500$ кг/м³.
4. Колонна автомобилей движется прямолинейно со скоростью $V=36$ км/час, равномерно растянувшись на $L=3$ км. Два наблюдателя на мотоциклах начинают движение с центра колонны в противоположные стороны со скоростями $V_1 = 4V$ (в направлении головы колонны) и $V_2=2V$ (в направлении хвоста колонны). Доезжая до краев колонны, наблюдатели разворачиваются и движутся с теми же скоростями в обратном направлении. Определите, в какой точке колонны (отсчитывая от ее головы) произойдет их первая встреча и какой путь пройдет колонна за это время.
5. На чашу пружинных весов кладут тело массой m. В момент, когда тело коснется поверхности чаши весов, его мгновенно отпускают. В результате полного затухания колебаний чаши с телом выделяется количество теплоты Q_m . Сколько тепла Q_M выделится, если при тех же условиях тело массой m заменить на тело массой $M=n\cdot m$?

Задачи предложили О.Ю.Орлянський (1), С.У.Гончаренко (2-4), Б.Г.Кремінський (5).

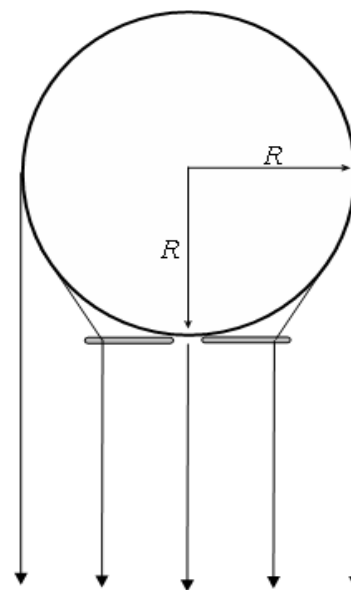


Мал. 1.

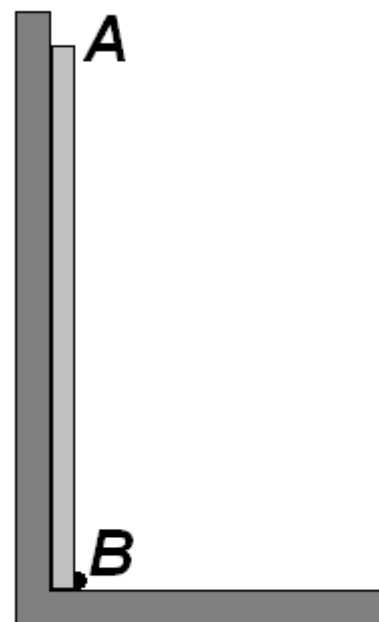
Бензин



Мал. 4.



Мал. 2.



Мал. 3.

8.1. На фото (мал.1) – професор кафедри квантової макрофізики ДНУ В.С.Савчук. Вважаючи, що фото було зроблено з досить великої відстані, визначити: 1) яка вада зору у вченого – короткозорість чи далекозорість; 2) визначити з якомога більшою точністю оптичну силу лінз його окулярів; 3) як зміниться відповідь, якщо припустити, що фото було зроблено з близької відстані (поясніть). Відомо, що при виготовленні окулярів оптичні центри лінз розташовують навпроти зіниць очей, коли людина дивиться вдаль. Для виконання завдання скористуйтеся лінійкою та наведеною моделлю (мал.2), на якій схематично зображено голову людини, лінзи окулярів і хід променів (вигляд зверху). При розрахунках вважати, що $R=(10,0\pm 1,0)$ см. Оцінити точність розрахунків.

Розв’язок: Для розв’язання задачі необхідно за допомогою лінійки виміряти відстань L між краями голови, які можна побачити в очках та відстань l між зірницями (Рис. 1).

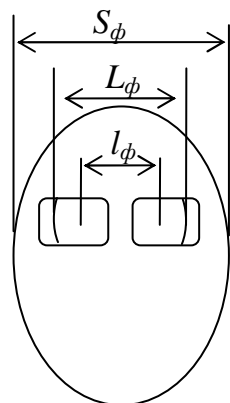


Рис.1.

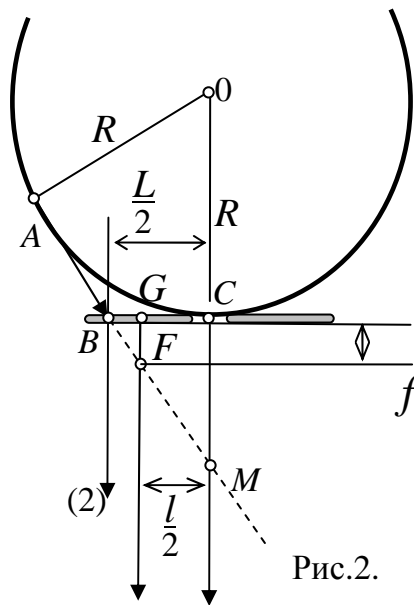


Рис.2.

Після нанесення цих величин на схему, отримаємо Рис. 2. Перетин променя (1), який іде від зірниці та продовження променя AB , який іде від краю голови, дають положення фокуса F лінзи окулярів. Із подібності – трикутників маємо:

$$\frac{h}{f} = \frac{L}{L-l}, \text{ де } h = MC \text{ та } f = FG$$

Враховуючи, що оптична сила $D = 1/f$, отримуємо

$$Dh = \frac{L}{L-l} \quad (1)$$

Із подібності трикутників $\triangle AOM$ і $\triangle MBC$

$$\frac{2h}{L} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} = \frac{\sqrt{2Rh + h^2}}{R} \quad (2)$$

Розв’язуючи (1) і (2) сумісно, отримуємо:

$$D = \frac{4R^2 - L^2}{2RL(L-l)}$$

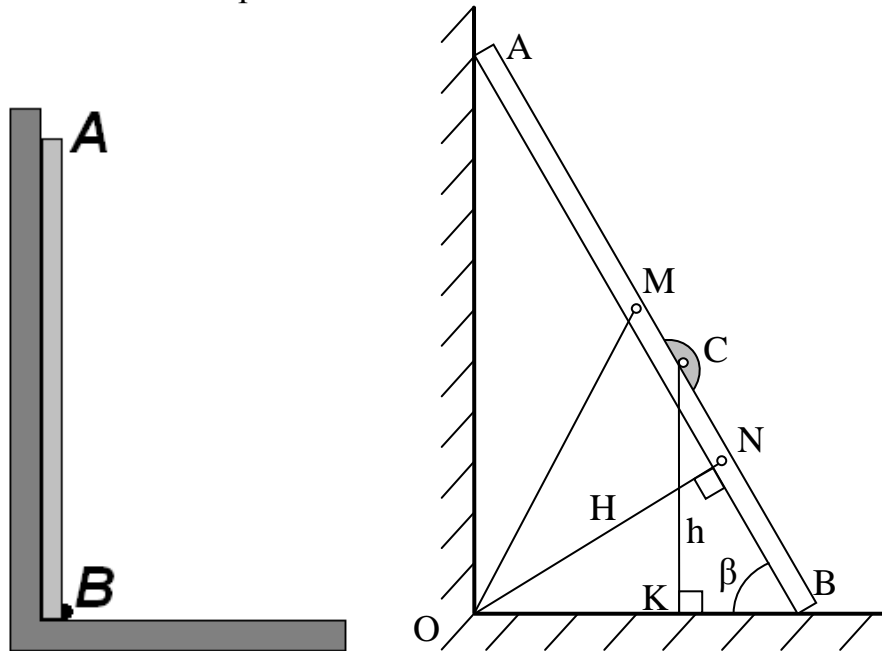
Розміри L і l можна отримати помноживши відповідні розміри на фото L_ϕ і l_ϕ масштабний множник $2R/S_\phi$, де S_ϕ – поперечний розмір голови на фото. Тоді

$$D = \frac{S_\phi^2 - L_\phi^2}{2RL_\phi(L_\phi - l_\phi)}$$

Похибка оптичної сили: $\Delta D \approx D \left(\frac{2\Delta S_\phi}{(S_\phi - L_\phi)} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L_\phi}{L_\phi} + \frac{2\Delta L_\phi}{L_\phi - l_\phi} \right)$.

Задача 2 (8 клас)

Біля вертикальної стінки стоїть паличка АВ довжиною L . На її нижньому кінці В сидить жук. В той момент, коли кінець В почали рухати праворуч з постійною швидкістю v , жук поповз по паличці з постійною щодо неї швидкістю u . На яку максимальну висоту над підлогою підніметься жук за час свого руху по паличці, якщо її верхній кінець не відривається від стінки?



Розв'язання

Нехай через час t положення палички відповідає малюнку.

Тоді $t.C$ – місце знаходження жука на паличці, $t.M$ – середина палички; $CK = h$ – висота жука над підлогою, $ON = H$ – відстань від кута O до палички, t – час, який минув з початку руху жука.

Тоді $OB = V \cdot t$, $BC = U \cdot t$; $AM = OM = L/2$.

Трикутники ONB і CKB подібні, оскільки вони прямокутні та мають спільний гострий кут β , тому:

$$CK/ON = BC/OB, \text{ або } h/H = (U \cdot t)/(V \cdot t) = U/V,$$

Звідки $h = H \cdot (U/V)$.

У прямокутному трикутнику OMN катет $ON = H \leq OM = L/2$. (OM -гіпотенуза), причому рівність досягається при $\beta = 45^\circ$.

$$\text{Отже } h_{\max} = H_{\max} \frac{U}{V} = \frac{U}{2V} L$$

Цей результат буде вірним, якщо за час $t_{\max} = \frac{OB}{V} = \frac{L}{\sqrt{2}V}$ (де $OB = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}} = \frac{L}{\sqrt{2}}$ за теоремою Піфагора) жук не встигає доповзти до верхнього кінця палички, тобто коли $U \cdot t_{\max} < L$, що еквівалентно нерівності $U \leq \sqrt{2}V$. У протилежному випадку висота буде максимальною до моменту часу $t = L/U$ досягнення жуком точки А:

$$h_{\max} = \sqrt{L^2 - (V \cdot t)^2} = L \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2}}.$$

Задача 3 (8 клас)

Нехай S_0 - площа горизонтального перерізу липового кільця (мал. 2). Вагу кільця зрівноважує сила гідростатичного тиску: $mg = p \cdot S_0$, де $m = \rho_l \cdot H \cdot S_0$, $p = \rho_e \cdot g \cdot h$, а h – глибина занурення кільця. Звідси

$$\rho_l g H = \rho_e g h \quad (1)$$

При заповненні внутрішньої частини кільця бензином гідростатичний тиск на рівні нижнього краю кільця залишається постійним. Оскільки густина бензину ρ_b менше за густину ρ_e води, загальна висота шару бензину і води всередині кільця буде більша за висоту h води зовні кільця. Оскільки липа в бензині не тоне, в решті решт бензин почне підпливати під кільце знизу. Нехай x – максимальна товщина шару бензину налитого всередину кільця. Запишемо рівність гідростатичних тисків :

$$\rho_b g x = \rho_e g h \quad (2)$$

Розв'язавши спільно рівняння (1) і (2), отримаємо

$$x = H \frac{\rho_l}{\rho_b}$$

Оскільки об'єм бензину всередині кільця $V = S \cdot x = S \cdot H \frac{\rho_l}{\rho_b}$, то його маса

$$m_b = \rho_b V = H \cdot S \cdot \rho_l = 0,75 \text{ .кг}$$

Задача 4 (8 клас)

Перший мотоцикліст рухається до голови колони зі швидкістю $v - v_1$ відносно колони і назад з відносною швидкістю $v + v_1$. Час до зустрічі з другим мотоциклістом рівний

$$t = \frac{l}{2(v_1 - v)} + \frac{x}{v + v_1}.$$

Аналогічно, час руху другого мотоцикліста до зустрічі з першим

$$t = \frac{l}{2(v_2 + v)} + \frac{l - x}{v_2 - v}.$$

Для знаходження невідомої величини (місце зустрічі відносно колони), маємо рівняння

$$\frac{l}{2(v_1 - v)} + \frac{x}{v + v_1} = \frac{l}{2(v_2 + v)} + \frac{l - x}{v_2 - v}.$$

Простіше зразу підставити співвідношення між швидкостями $v_1 = 4v$, $v_2 = 2v$.

$$\frac{l}{6v} + \frac{x}{5v} = \frac{l}{6v} + \frac{l - x}{v};$$

$$x = \frac{5l}{6}; \quad x = \frac{5 \cdot 3}{6} = 2,5 \text{ км.}$$

$$\text{Час до зустрічі} \quad t = \frac{l}{6v} + \frac{5l}{6 \cdot 5v} = \frac{l}{3v} = 100 \text{ с.}$$

Шлях, що пройшла колона $S = v \cdot t$, $S = 1$ км.

Задача 5 (8 клас)

На шальку пружинних терезів кладуть тіло масою m . У момент, коли тіло торкнеться поверхні шальки терезів, його миттєво відпускають. У результаті повного затухання коливань шальки з тілом виділяється кількість теплоти Q_m . Скільки тепла Q_M виділиться, якщо аналогічно покласти тіло масою M , причому $M = n \cdot m$?

Розв'язання.

Нехай x – величина деформації пружини при переході з початкового (ненавантаженого) стану рівноваги в кінцевий (навантажений) стан статичної рівноваги. Тягарець масою m зменшить свою потенціальну енергію в полі земного тяжіння на величину E_m :

$$E_m = mgx$$

Оскільки після затухання коливань $F_{\text{пр}} = mg$, то енергія стиснутої пружини дорівнюватиме:

$$E_{\text{пр}} = \frac{mgx}{2}$$

Очевидно, що $E_{\text{пр}} = \frac{E_m}{2}$. Кількість тепла, що виділиться у результаті:

$$Q_m = E_m - E_{\text{пр}} = mgx - \frac{mgx}{2} = \frac{mgx}{2}.$$

Оскільки $mg = kx$, $x = \frac{mg}{k}$, то $Q_m = \frac{(mg)^2}{2k}$.

Аналогічним чином, якщо $M = n \cdot m$, то

$$Q_M = \frac{(Mg)^2}{2k} = n^2 \frac{(mg)^2}{2k} = n^2 Q_m.$$

Отже, $Q_M = n^2 Q_m$.