

1. В електрочайник потужністю 2 кВт налили літр води. Після того, як вода почала інтенсивно кипіти, чайник автоматично вимикається, але кипіння продовжується ще 15 с, поступово зменшуючи інтенсивність утворення бульбашок пари. Ще через 30 с температура води у чайнику зменшується на 1°C . Вважаючи, що інтенсивність кипіння після вимкнення чайника зменшувалась рівномірно, визначте середню температуру нагрівального елемента чайника у момент вимкнення. Чому дорівнює ККД чайника при температурах води, близьких до 100°C ? Запропонуйте формулу залежності ККД чайника від температури води. Маса нагрівального елемента $m = 200$ г, його питома теплоємність $c = 500$ Дж/(кг \cdot °C), питома теплоємність води $c_v = 4200$ Дж/(кг \cdot °C).
2. Тонка паличка AB суміщена із головною оптичною віссю збірної лінзи так, що точка A збігається з точкою подвійної фокусної відстані лінзи, а точка B знаходиться на відстані $2,5 F$ від лінзи. Паличка починає рухатися з швидкістю $v = \text{const}$ в напрямку оптичного центра лінзи. Визначте відношення середніх швидкостей руху зображень точок A і B за час, протягом якого точка B переміститься в точку подвійної фокусної відстані лінзи. Визначте також відношення розмірів зображення до розмірів палички в момент часу, коли точка B проходить подвійну фокусну відстань.
3. Учень склав із п'яти вольтметрів коло (рис.1) та приєднав його до джерела постійної напруги. Відомо, що вольтметри $V1$ і $V4$ однакові. У таблиці 1 наведені покази деяких вольтметрів залежно від положення ключа K . У скільки разів опори вольтметрів $V1$ і $V3$ відрізняються від опору вольтметра $V2$?
4. Невагомий диск радіуса $R = 8$ см, який може вільно обертатися, підвішений на осі, що проходить на відстані $a = 4$ см від його центру (рис. 2). У нижню точку диска A сідає важкий жук і починає повзти по краю диска зі швидкістю $V = 12$ мм/хв на протилежний край диска, в точку B . Через який час жук набере максимальну швидкість (відносно нерухомої системи відліку)? Чому вона дорівнюватиме? Чому дорівнює швидкість жука щодо нерухомої системи координат в той момент, коли він проповзе половину шляху?
5. Три провідних кульки однакового розміру, але зроблені з різних матеріалів, підвісили на трьох нитках однакової довжини, закріплених в одній точці. Після надання цим кулькам деякого заряду, кульки за рахунок кулонівського відштовхування розійшлися, утворивши рівнобедрений трикутник (рис. 1). При цьому нитки першої та другої кульки утворили з вертикаллю кут 20° , а нитка третьої кульки – кут 14° . Які кути з вертикаллю утворять нитки, якщо у новому досліді кулькам надати заряд, у 2014 разів більший від попереднього?

Задачі запропонували О.Ю.Орлянський (1,2), І.М.Гельфгат (3), Є.П.Соколов (4-5)

1. В электрочайник мощностью 2 кВт налили литр воды. После того, как вода начала интенсивно кипеть, чайник автоматически выключается, однако кипение продолжается еще 15 с, постепенно уменьшая интенсивность образования пузырьков пара. Еще через 30 с температура воды в чайнике снижается на 1°C . Считая, что интенсивность кипения после выключения чайника уменьшается равномерно, определите среднюю температуру нагревательного элемента чайника в момент выключения. Каков КПД чайника при температурах воды, близких к 100°C ? Предложите формулу зависимости КПД чайника от температуры воды. Масса нагревательного элемента $m = 200$ г, его удельная теплоемкость $c = 500$ Дж/(кг \cdot °C), удельная теплоемкость воды $c_v = 4200$ Дж/(кг \cdot °C).
2. Тонкая палочка AB совмещена с главной оптической осью собирающей линзы так, что точка A совпадает с точкой двойного фокусного расстояния линзы, а точка B находится на расстоянии $2,5 F$ от линзы. Палочка начинает двигаться со скоростью $v = \text{const}$ в направлении оптического центра линзы. Определите отношение средних скоростей движения изображений точек A и B за время, в течение которого точка B перемещается в точку двойного фокусного расстояния линзы. Определите также отношение размеров изображения к размерам палочки в момент времени, когда точка B проходит двойное фокусное расстояние.
3. Ученик составил из пяти вольтметров цепь (рис.1) и подключил ее к источнику постоянного напряжения. Известно, что вольтметры $V1$ и $V4$ одинаковы. В таблице 1 приведены показания некоторых вольтметров в зависимости от положения ключа K . Во сколько раз сопротивления вольтметров $V1$ и $V3$ отличаются от сопротивления вольтметра $V2$?
4. Невесомый диск радиуса $R=8$ см подвешен на оси, проходящей на расстоянии $a=4$ см от его центра (рис. 2) и может свободно вращаться относительно этой оси. В нижнюю точку диска A садится тяжелый жук и начинает ползти по краю диска со скоростью $V=12$ мм/мин на противоположный край диска, в точку B . Через какое время жук наберет максимальную скорость (относительно неподвижной системы отсчета)? Чему она будет равна? Чему будет равна скорость жука относительно неподвижной системы координат в тот момент, когда он проползет половину пути?
5. Три проводящих шарика одинакового размера, но сделанные из разных материалов, подвесили на трех нитях одинаковой длины, закрепленных в одной точке. После сообщения этим шарикам некоторого заряда, шарики за счет кулоновского отталкивания разошлись, разместившись в вершинах равнобедренного треугольника (рис. 3). При этом нити первого и второго шариков стали образовывать с вертикалью угол 20° , а нить третьего шарика – угол 14° . Какие углы с вертикалью будут образовывать нити, если в новом опыте шарикам сообщить заряд в **2014** раз больший предыдущего?

Задачи предложили О.Ю.Орлянский (1,2), И.М.Гельфгат (3), Е.П.Соколов (4-5)

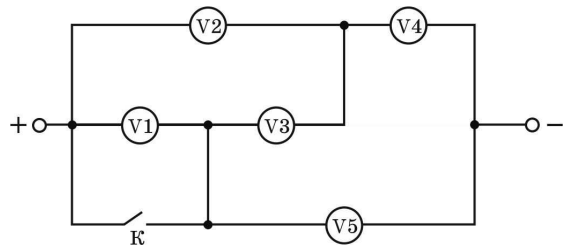


Рис.1.

Таблица 1

Покази вольтметрів	Ключ К розімкнено	Ключ К замкнено
V1	3 В	0
V2	2 В	1 В
V4	3 В	4 В

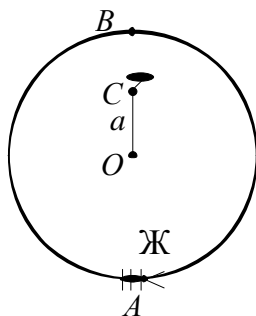


Рис.2

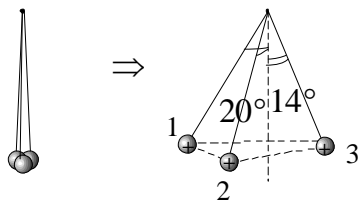


Рис. 3

Теоретичний тур, 9-й клас
Умова задачі № 1

В електрочайник потужністю 2 кВт налили літр води. Після того, як вода почала інтенсивно кипіти, чайник автоматично вимикається, але кипіння продовжується ще 15 с, поступово зменшуючи інтенсивність утворення бульбашок пари. Ще через 30 с температура води у чайнику зменшується на 1°C . Вважаючи, що інтенсивність кипіння після вимкнення чайника зменшувалась рівномірно, визначте середню температуру нагрівального елемента чайника у момент вимкнення. Чому дорівнює ККД чайника при температурах води, близьких до 100°C ? Запропонуйте формулу залежності ККД чайника від температури води. Маса нагрівального елемента $m = 200$ г, його питома теплоємність $c = 500$ Дж/(кг \cdot °C), питома теплоємність води $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг \cdot °C).

Розв'язання задачі № 1

Під час нагрівання води у чайнику кількість теплоти, що виділяє нагрівальний елемент, йде на нагрів води і на теплові втрати. Теплові втрати пропорційні різниці температур води T і навколишнього середовища T_0 . Інші чинники (площа поверхні чайника, місце розташування, наявність протягу, кількість води у чайнику) вважаємо незмінними. Отже, потужність теплових втрат $P_{\text{втр}} = k(T - T_0)$, де k – деякий коефіцієнт пропорційності. Нехай за невеликий проміжок часу Δt температура води у чайнику збільшується з T_1 до T_2 . Тоді

$$P\Delta t = c_{\text{в}}m_{\text{в}}(T_2 - T_1) + k(T - T_0)\Delta t, \quad (1)$$

де P – потужність електрочайника, T – середня температура в проміжку від T_1 до T_2 . Це рівняння теплового балансу, у якому ми знехтували втратами теплоти на нагрів корпусу чайника у порівнянні з нагрівом води, яка має велику теплоємність.

За кипіння температура води залишається сталою $T_{100} = 100^\circ\text{C}$. Вся енергія, що виділяє нагрівальний елемент, йде на випаровування води та на теплові втрати:

$$P = L \frac{\Delta m_{\text{в}}}{\Delta t} + k(T_{100} - T_0). \quad (2)$$

Тепер дамо відповідь на перше питання задачі. Коли чайник автоматично вимикається кипіння ще продовжується час $t_1 = 15$ с. Цей час енергія на підтримання кипіння та теплові втрати йде з нагрівального елемента, температура якого більша за $T_{100} = 100^\circ\text{C}$. За умовою, кількість води, що випаровувалась в одиницю часу, рівномірно зменшується з початкового значення $\frac{\Delta m_{\text{в}}}{\Delta t}$ до нуля. Отже, візьмемо середнє значення $\frac{1}{2} \frac{\Delta m_{\text{в}}}{\Delta t}$ і запишемо рівняння теплового балансу:

$$cm(T_{\text{x}} - T_{100}) = \frac{1}{2} L \frac{\Delta m_{\text{в}}}{\Delta t} t_1 + k(T_{100} - T_0)t_1, \quad (3)$$

Нарешті, на етапі охолодження на $\Delta T = T_{100} - T_{99} = 1^\circ\text{C}$ за час $t_2 = 30$ с, різниця температур $T_{100} - T_0$ змінюється на дуже малий відсоток (температура навколишнього середовища T_0 значно менша за $T_{100} = 100^\circ\text{C}$), тому вважатимемо потужність теплових втрат сталою. Рівняння теплового балансу під час охолодження:

$$c_{\text{в}}m_{\text{в}}\Delta T + cm\Delta T = k(T_{100} - T_0)t_2. \quad (4)$$

З рівняння (4) виражаємо коефіцієнт k , з рівняння (2) $\frac{\Delta m_{\text{в}}}{\Delta t}$ і підставляємо в рівняння (3):

$$cm(T_{\text{н}} - T_{100}) = \frac{1}{2} Pt_1 + \frac{1}{2} \frac{t_1}{t_2} (c_{\text{в}}m_{\text{в}} + cm)\Delta T, \quad (5)$$

звідки й знаходимо, що

$$T_{\text{н}} = \frac{Pt_1t_2 + t_1(c_{\text{в}}m_{\text{в}} + cm)\Delta T}{2t_2cm} + T_{100}; \quad T_{\text{н}} \approx 260^\circ\text{C}. \quad (6)$$

З рівняння (1) корисна кількість теплоти $c_b m_b (T_2 - T_1)$, а витрачена $P \Delta t$. Отже ККД $\eta = \frac{c_b m_b (T_2 - T_1)}{P \Delta t}$ або з урахуванням рівняння теплового балансу:

$$\eta = \frac{P \Delta t - k(T - T_0) \Delta t}{P \Delta t} = 1 - \frac{k}{P} (T - T_0). \quad (7)$$

Виходить, що зі збільшенням температури, ККД зменшується за рахунок збільшення теплових втрат. Якщо у чайник налити холодну воду, температура якої нижча за температуру навколишнього повітря, ККД згідно формули (1) на початку нагріву може виявитись навіть більшим за одиницю. Це пов'язано з тим, що теплообмін з навколишнім середовищем призведе не до втрати теплоти, а до її «придбання»: разом вода отримає більше джоулів, ніж їй передасть нагрівальний елемент.

Також коефіцієнт k з рівняння (4) підставимо у вираз для ККД при $T_{100} \approx 100^\circ \text{C}$:

$$\eta = 1 - \frac{k}{P} (T_{100} - T_0) = 1 - \frac{(c_b m_b + cm) \Delta T}{P t_2} = \frac{557}{6} \% \approx 93\% .$$

Зазначимо, що даний ККД дещо завищений, оскільки ми не враховували нагрівання самого чайника, а також те, що під час нагрівання, особливо за високих температур, вода, хоча й не кипить, але досить інтенсивно випаровується.

Отже, реальний ККД має бути дещо нижчим за 93% .

Відповідь:

1. $T_n = \frac{P t_2 + t_1 (c_b m_b + cm) \Delta T}{2 t_2 cm} + T_{100}; T_n \approx 260^\circ \text{C} .$
2. $\eta = 1 - \frac{k}{P} (T_{100} - T_0) = 1 - \frac{(c_b m_b + cm) \Delta T}{P t_2} = \frac{557}{6} \% \approx 93\%$
3. $\eta = \frac{P \Delta t - k(T - T_0) \Delta t}{P \Delta t} = 1 - \frac{k}{P} (T - T_0) .$

Критерии оценивания:

- правильная запись уравнений теплового баланса – 1 балл (по 0,5 за каждое)
- правильное значение температуры нагревателя – 2 балла
- правильная формула зависимости КПД нагревателя от температуры – 1 балл
- правильное значение КПД нагревателя при температуре кипения – 1 балл

Теоретичний тур, 9-й клас
Умова задачі № 2

Тонка паличка AB суміщена із головною оптичною віссю збірної лінзи так, що точка A збігається з точкою подвійної фокусної відстані лінзи, а точка B знаходиться на відстані $2,5 F$ від лінзи. Паличка починає рухатися з швидкістю $v = \text{const}$ в напрямку оптичного центра лінзи. Визначте відношення середніх швидкостей руху зображень точок A і B за час, протягом якого точка B переміститься в точку подвійної фокусної відстані лінзи. Визначте також відношення розмірів зображення до розмірів палички в момент часу, коли точка B проходить подвійну фокусну відстань.

Розв'язання

За формулою лінзи визначимо відстань від зображення B_1 до лінзи (очевидно, що зображення точки A отримаємо у точці подвійної фокусної відстані $2F$ (точка A) справа від лінзи.

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F} \quad (1)$$

$$f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F}. \quad (2)$$

$$f_1 = \frac{2,5F \cdot F}{2,5F - F} = \frac{2,5F}{1,5} = \frac{5}{3} F. \quad (3)$$

Аналогічно розрахуємо положення зображення палички AB (точок A і B) в момент часу, коли точка B кінця палички досягне подвійної фокусної відстані.

Зауважимо, що зображення точки B буде у точці подвійної фокусної відстані (точка B_2) справа від лінзи.

Зображення точки A правого кінця палички буде на відстані $3F$ від осі лінзи. Дійсно,

$$AB = 2,5F - 2F = 0,5F \quad (4)$$

$$d_2 = 1,5F \quad (5)$$

$$\frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}; \quad f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}.$$

$$f_2 = \frac{1,5F \cdot F}{1,5F - F} = \frac{1,5F}{0,5} = 3F. \quad (6)$$

Час руху палички буде рівний $t = \frac{0,5F}{v}. \quad (7)$

Відстань, яку пройде зображення точки A за цей час $l_A = 3F - 2F = F \quad (8),$

середня швидкість руху точки $A \quad v_A = \frac{l_A}{t} = \frac{F \cdot v}{0,5F} = 2v. \quad (9)$

Відстань пройдена зображенням точки B за цей самий час

$$l_B = 2F - f_1 = 2F - \frac{5}{3} F = \frac{1}{3} F. \quad (10)$$

Середня швидкість руху зображення точки B упродовж визначеного часу

$$v_B = \frac{l_B}{t} = \frac{\frac{1}{3} F}{0,5F} v = \frac{2}{3} v. \quad (11)$$

Відношення середніх швидкостей руху зображень точок A і B дорівнює

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{2v}{\frac{2}{3} v} = 3.$$

Відношення розмірів зображення палички в кінцевий момент часу до розмірів скляної палички

$$\frac{A_2 B_2}{AB} = \frac{F}{0,5F} = 2.$$

Відповідь:

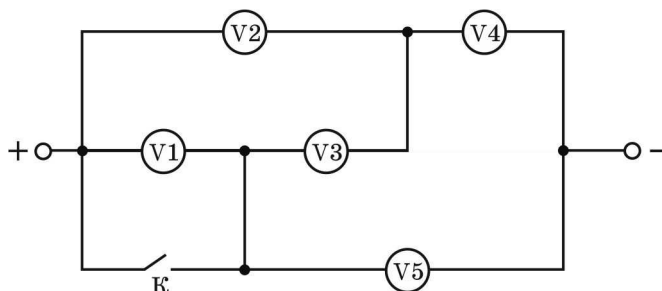
$$1) \frac{v_A}{v_B} = \frac{2v}{\frac{2}{3}v} = 3; \quad 2) \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{F}{0,5F} = 2.$$

Критерии оценивания:

- правильное использование формулы тонкой линзы – 2 балла
- нахождение средних скоростей точек – 1 балл
- нахождение отношения скоростей – 1 балл
- нахождение отношения размеров изображений – 1 балл

Теоретичний тур, 9-й клас
Умова задачі № 3

Учень склав із п'яти вольтметрів показане на рисунку коло та приєднав його до джерела постійної напруги. Відомо, що вольтметри V1 і V4 однакові. У таблиці 1 наведені покази деяких вольтметрів залежно від положення ключа К. Визначте, у скільки разів відрізняються опори вольтметрів V1 і V3 від опору вольтметра V2.

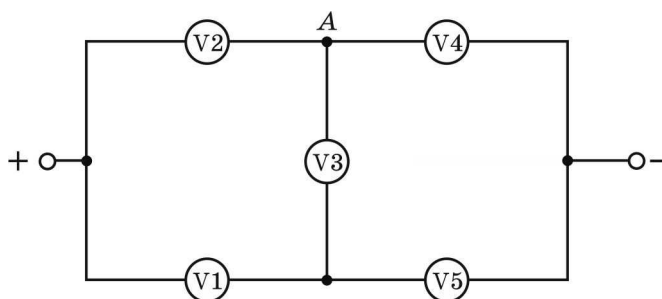


Таблиця 1

Покази вольтметрів	Ключ К розімкнено	Ключ К замкнено
V1	3 В	0
V2	2 В	1 В
V4	3 В	4 В

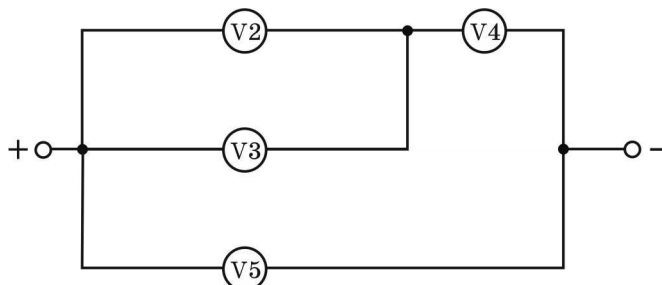
Розв'язання

Перш за все зазначимо, що напруга джерела струму є сталою (в обох випадках $U = U_2 + U_4 = 5$ В). Коли ключ розімкнено, маємо незбалансований міст. На рис. 1 наведено його еквівалентну схему.



Із другого правила Кірхгофа отримаємо напругу на вольтметрі V3 ($U_3 = 1$ В). Застосовуючи тепер перше правило Кірхгофа до вузла А кола, отримаємо співвідношення $\frac{U_2}{r_2} = \frac{U_3}{r_3} + \frac{U_4}{r_4}$, звідки отримуємо $r_4 = \frac{3r_2r_3}{2r_3 - r_2}$.

Після замикання ключа еквівалентна схема кола має вигляд, показаний на рис. 1:



Тепер відношення напруг U_2 до U_4 дорівнює відношенню опорів ділянки кола $V2$ з $V3$ до опорів вольтметра $V4$: $\frac{1}{4} = \frac{r_2 r_3}{r_4 (r_2 + r_3)}$. Підставивши вираз для r_4 , отримаємо $r_3 = 1,4r_2$. Звідси $r_4 = 7r_2/3$. За умовою, таким самим є й опір вольтметра $V1$, а саме: $r_1 = r_4 = 7r_2/3$

Відповідь: $\frac{r_1}{r_2} = \frac{7}{3}$, $\frac{r_3}{r_2} = \frac{7}{5}$.

Критерии оценивания:

- эквивалентная схема в случае 1 – 0,5 балла
- использование 2-го правила Кирхгофа для нахождения напряжений – 1 балл
- использование 1-го правила Кирхгофа – 1,5 балла
- эквивалентная схема в случае 2 – 0,5 балла
- правильные отношения сопротивлений – 1,5 балла

Теоретичний тур, 9-й клас
Умова задачі № 4

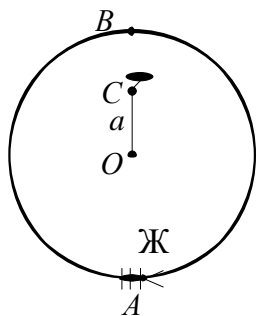


Рис. 1

Невагомий диск радіуса $R = 8$ см, який може вільно обертатися, підвішений на осі, що проходить на відстані $a = 4$ см від його центру (рис. 2). У нижню точку диска A сідає важкий жук і починає повзти по краю диска зі швидкістю $V = 12$ мм/хв на протилежний край диска, в точку B .

Через який час жук набере максимальну швидкість (відносно нерухомої системи відліку)?

Чому вона дорівнюватиме?

Чому дорівнює швидкість жука щодо нерухомої системи координат в той момент, коли він проповзе половину шляху?

Розв'язок

1) Оскільки, жук набагато важчий диску, то при русі він весь час залишається під точкою підвісу. Тому, в нерухомій системі координат його рух являє собою піднімання вертикальною лінією вгору (рис. 2).

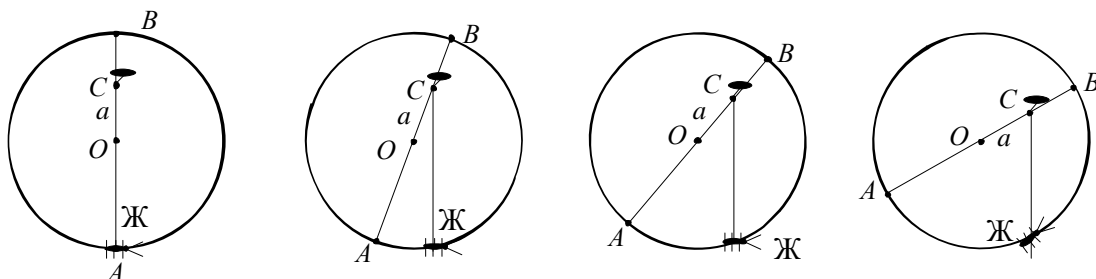


Рис. 2

Такий рух виникає як результат двох рухів: зміщення жука по краю диска і обертання диска відносно точки підвісу.

2) В системі відліку, яка пов'язана з диском все вище зазначене можна представити у вигляді, що точки O і C залишаються на місці, жук повзе вздовж краю диска, а «вертикальна» лінія $CЖ$ (точка підвісу C – жук $Ж$) обертається відносно точки C (рис. 3, а).

Швидкість жука у нерухомій системі координат u – це швидкість скорочення лінії $CЖ$ (точка підвісу C – жук $Ж$). Вона дорівнює

$$u = V \cos(90^\circ - \beta) = V \sin \beta = \frac{a}{R} \cdot V \sin \alpha.$$

Пояснення: перпендикулярна відрізьку $CЖ$ складова швидкості жука на довжину відрізьку $CЖ$ не впливає; перехід до кута α виконаємо за допомогою теореми синусів $\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \beta}$.

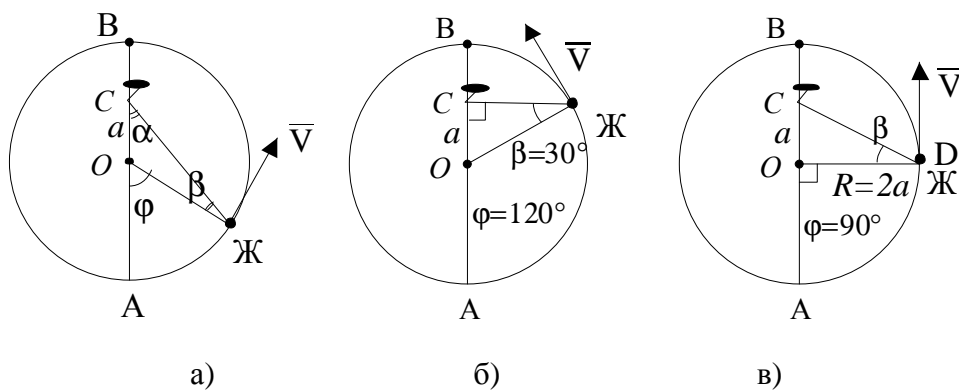


Рис. 3

Отримаємо розв'язки:

а) Максимальна швидкість жука у нерухомій системі відліку становитиме ($\sin \alpha = 1$):

$$u_{\max} = \frac{a}{R} \cdot V = 6 \text{ мм / хв} .$$

б) Коли кут $\alpha = \pi/2$, кут $\varphi = 120^\circ$ (рис. 3, б), а довжина пройденого жуком шляху дорівнюватиме третині кола $S = \frac{2\pi R}{3}$. Звідси отримаємо відповідь для часу:

$$t = S / V = \frac{2\pi R}{3V} = 14 \text{ хв}$$

в) Коли жук проповзе половину шляху і опиниться у точці D (рис. 3, в), для $\sin \beta$ будемо мати $\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Звідси отримаємо:

$$u = V \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot V = 5,4 \text{ мм / хв}$$

Відповідь: $u_{\max} = \frac{a}{R} \cdot V = 6 \text{ мм / хв}$; $t = S / V = \frac{2\pi R}{3V} = 14 \text{ хв}$; $u = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot V = 5,4 \text{ мм / хв}$.

Критерии оценивания:

- описание модели движения – 1 балл
- выбор системы отсчета, уравнение скорости – 1,5 балла
- правильная максимальная скорость – 1 балл
- правильное соответствующее время – 1 балл
- скорость в момент половины пути, отсчитанном в СО диска – 0,5 балла

Теоретичний тур, 9-й клас
Умова задачі № 5

Три провідних кульки однакового розміру, але зроблені з різних матеріалів, підвісили на трьох нитках однакової довжини, закріплених в одній точці. Після надання цим кулькам деякого заряду, кульки за рахунок кулонівського відштовхування розійшлися, утворивши рівнобедрений трикутник (рис. 3). При цьому нитки першої та другої кульки утворили з вертикаллю кут 20° , а нитка третьої кульки – кут 14° .

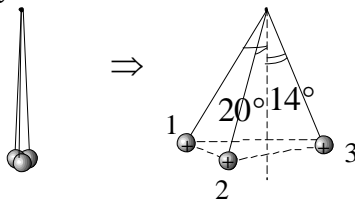


Рис. 3

Які кути з вертикаллю утворять нитки, якщо у новому досліді кулькам надати заряд, у 2014 разів більший від попереднього?

Розв'язок

Інформація, яку можна вилучити з першого досліді:

- 1) оскільки розміри провідних кульок однакові, то заряд між ними поділиться на три рівні частини;
- 2) перша та друга кулька мають однакові маси;
- 3) третя кулька масивніша за першу та другу;
- 4) кулонівські сили, що діють між кульками, та сили тяжіння, що діють на них, мають однаковий порядок величини.

Що зміниться при збільшенні первинного заряду у 2014 разів?

1) Кулонівські сили збільшаться у $2014^2 = 4056196$ разів! Отже, навіть якщо відстань між кульками зросте у 4 рази (з $0,5\ell$ до 2ℓ), то все одне, кулонівські сили будуть у 250000 разів більше за сили тяжіння!

2) Це значить, що ми можемо у першому наближенні вважати, що між кульками діють тільки кулонівські сили. Які положення вони при цьому займуть?

Звичайно, вони утворять конфігурацію, при якій знаходитимуться якомога далі одна від одної, тобто вони знаходитимуться у вершинах правильного трикутника (рис. 2, б).

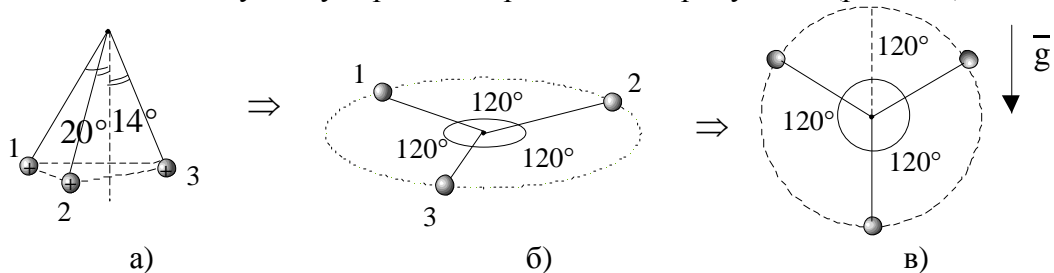


Рис. 2

У цієї системи (із зарядами, що «жорстко» закріплені у вершинах правильного трикутника) залишаються три степені свободи – вона може обертатися. «Включимо» силу тяжіння, і тоді система повернеться так, щоб її центр ваги був якомога нижче. А це значить, що третя, наймасивніша кулька, розміститься знизу, а перша та друга кульки, займуть симетричні положення (рис. 2, в).

Відповідь: нитка третьої кульки утворюватиме з вертикаллю кут 0° , а нитки першої та другої кути 120° (або, якщо кути відраховувати по-іншому, кути 60°).

Критерии оценования:

- заряды распределяются поровну между шариками – 0,5 балла
- массы шариков 1 и 2 одинаковы – 0,5 балла
- шарик 3 тяжелее – 0,5 балла
- силами тяжести по сравнению с кулоновскими можно пренебречь – 2 балла
- углы между нитями станут равны 120° – 0,5 балла
- правильный ответ – 1 балл