

- На рис. 1 зображений шарнірний механізм - «Нюрнберзькі ножиці». Точка С рухається зі сталою швидкістю $V_0 = 60 \text{ см/с}$. 1) Знайти швидкість точки А. 2) Знайти швидкість точки В в той момент, коли кут $\alpha = 30^\circ$.
- Серед стандартного лабораторного обладнання є так звані «перекручені» пружини. Це пружини, виготовлені з такого товстого дроту, що вони не можуть до кінця стиснутися. На рис. 2 показані діаграми розтягу «перекручених» пружин першого й другого типу. Побудувати діаграму розтягу «комбінованої» пружини, що являє собою з'єднанні послідовно пружини першого й другого типу.
- Лінза L_1 створює на напівпрозорому матовому екрані E_1 дійсне зображення світлого предмета АВ. Друга лінза L_2 (точно така сама як перша) проектує отримане зображення на другий екран E_2 (рис. 3). У скільки разів зміниться висота зображення на другому екрані, якщо перший екран забрати? Розміри предмету, лінз, а також відстані між ними і екранами взяті з рисунка. Екрани E_1 і E_2 вважати не обмеженими по висоті.
- Юний фізик вирізав з графітової пластинки п'ять прямих призм, поперечний переріз яких – правильні восьмикутники. Чотири призми однакові за розмірами, а у п'ятій довжина сторони основи удвічі більша ніж у інших призм. Юний фізик вирішив дослідити протікання струму через восьмикутники. Для цього він вкрив кожну другу бічну грань восьмикутників товстим шаром міді (на рисунках ці грані з мідними контактами показано товстими лініями). Питомий опір у міді в кількасот разів менший, ніж у графіту. Юний фізик вимірює електричні опори малого восьмикутника r_1 , r_2 і r_3 між різними мідними контактами (рис. 4). Під час вимірювання r_3 контакти 3 і 4 з'єднані провідником з нехтовно малим опором. 1) Визначте відношення напруг U_{1-2} і U_{1-4} під час вимірювання опору r_2 . 2) Визначте опори показаної на рис. 4 системи між контактами А і В, а також між контактами А і С, якщо лінійні розміри центрального восьмикутника вдвічі більші за розміри бокових.
- Вдень на поверхню Землі перпендикулярно до напрямку сонячних променів надходить приблизно $\Phi = 1 \text{ кВт/м}^2$ сонячної енергії. Рослини частково її засвоюють. Приріст маси картоплі після закінчення росту бодилля може складати 300 г/м^2 за 8 світових годин. Оцініть, яку частину енергії сонячного проміння картопля перетворює на калорійність («ККД картоплі»). Врахувати, що промені у середньому падають на поверхню під кутом, який зображений на рисунку. Калорійність картоплі становить 75 ккал/100 г (калорія – кількість теплоти, необхідна, щоб нагріти 1 г води на 1°C , питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$). Зараз розробляються різні проекти колонізації Марса, який приблизно у 1,5 рази далі від Сонця, ніж Земля. Вважаючи умови росту картоплі під прозорим куполом на Марсі такими ж як на Землі (температура, нахил променів, ККД), знайдіть відповідний приріст маси картоплі на Марсі та оцініть, яка площа ділянки забезпечить там добову енергетичну потребу людини (3500 ккал). Доба на Марсі приблизно така ж, як і на Землі.

Задачі запропонували Є.П.Соколов (1-3), І.М.Гельфгат (4), О.Ю.Орлянський (5).

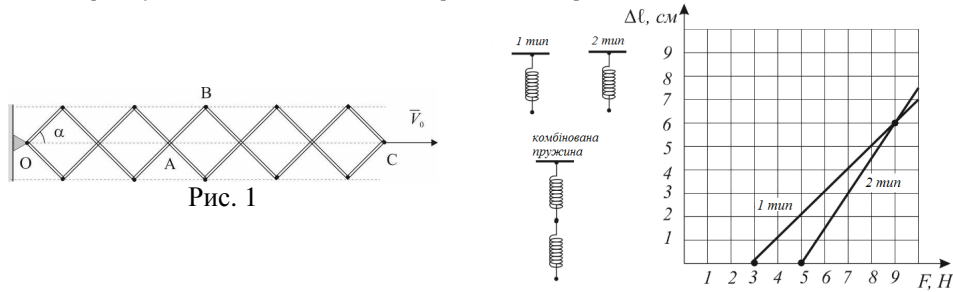


Рис. 2

- На рис. 1 зображений шарнірний механізм - «Нюрнберзькі ножиці». Точка С рухається з постійною швидкістю $V_0 = 60 \text{ см/с}$. 1) Знайти швидкість точки А. 2) Знайти швидкість точки В в той момент, коли кут $\alpha = 30^\circ$.
- Среди стандартного лабораторного оборудования есть так называемые «перекрученные» пружины. Это пружины, сделанные из такой толстой проволоки, что они не могут до конца сжаться. На рис. 2 показаны диаграммы растяжения «перекрученных» пружин первого и второго сорта. Построить диаграмму растяжения «комбинированной» пружины, которая представляет собой соединенные последовательно пружины первого и второго сорта.
- Линза L_1 создает на полупрозрачном матовом экране E_1 действительное изображение светящегося предмета АВ. Вторая линза L_2 (точно такая же как первая) проецирует полученное изображение на второй экран E_2 (рис. 3). Во сколько раз изменится высота изображения на втором экране, если первый экран убрать? Размеры предмета, линз, а также расстояния между ними и экранами взяты с рисунка. Экраны E_1 и E_2 считать не ограниченными по высоте.
- Юный физик вырезал из графитовой пластинки пять прямых призм, поперечное сечение которых – правильные восьмиугольники. Четыре призмы одинаковы по размеру, а у пятой длина стороны основания в два раза больше, чем у остальных призм. Юный физик решил исследовать протекание тока через восьмиугольники. Для этого он покрыл каждую вторую боковую грань восьмиугольников толстым слоем меди (на рисунках эти грани с медными контактами показаны толстыми линиями). Удельное сопротивление у меди в несколько сотен раз меньше, чем у графита. Им было произведено измерение электрического сопротивления малого восьмиугольника r_1 , r_2 и r_3 между разными медными контактами (рис. 4). При измерении r_3 контакты 3 и 4 соединены проводником с пренебрежимо малым сопротивлением. 1) Определите отношение напряжений U_{1-2} и U_{1-4} при измерении сопротивления r_2 . 2) Определите сопротивления показанной на рис. 4 системы между контактами А и В, а также между контактами А и С, если линейные размеры центрального восьмиугольника вдвое больше размеров боковых.
- Днем на поверхность Земли перпендикулярно к направлению солнечных лучей приходит приблизительно $\Phi = 1 \text{ кВт/м}^2$ солнечной энергии. Растения ее частично усваивают. Прирост массы картошки после окончания роста ботвы может составлять 300 г/м^2 за 8 световых часов. Оценить, какую часть энергии солнечного излучения картошка превращает в калорийность («КПД картошки»). Учтите, что лучи в среднем падают на поверхность под углом, как изображено на рисунке. Калорийность картошки составляет 75 ккал/100 г (калория – количество теплоты, необходима, чтобы нагреть 1 г воды на 1°C , удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$). Сейчас разрабатываются разные проекты колонизации Марса, который приблизительно в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Считая условия роста картошки под прозрачным куполом на Марсе такими же как на Земле (температура, наклон лучей, КПД), найдите соответствующий прирост массы картошки на Марсе и оцените, какая площадь участка обеспечивает там суточную энергетическую потребность человека (3500 ккал). Сутки на Марсе приблизительно такие же, как и на Земле.

Задачі предложили Є.П.Соколов (1-3), І.М.Гельфгат (4), О.Ю.Орлянський (5).

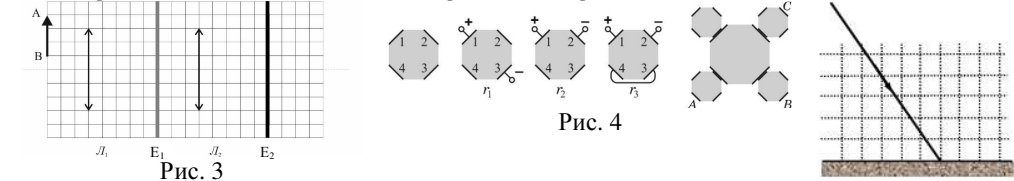


Рис. 4

Рис. 3

Рис. 5

9 клас

Задача 9.1.

а) Відрізок АО завжди складає 2/5 від відрізка ОС, тому швидкість точки А складає 2/5 від швидкості точки С:

$$v_A = \frac{2}{5} v_C = \frac{2}{5} v_0 = 24 \text{ см/с}.$$

б) Швидкість точки В можна розкласти на дві складові: горизонтальну v_{\parallel} та вертикальну

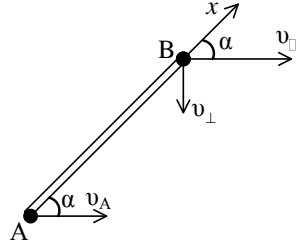
v_{\perp} ($v_B = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}$). Тому що точка В завжди знаходиться посередині механізму горизонтальна складова її швидкості становить $v_{\parallel} = \frac{v_0}{2} = 30 \text{ см/с}$.

в) Підчас руху довжина відрізка АВ не змінюється, тоді різниця проєкцій швидкостей точок А і В на напрям вздовж відрізка АВ дорівнює нулю.

в) Підчас руху довжина відрізка АВ не змінюється, тоді різниця проєкцій швидкостей точок А і В на напрям вздовж відрізка АВ дорівнює нулю.

$$v_{\parallel x} + v_{\perp x} - v_{Ax} = v_{\parallel} \cos \alpha - v_{\perp} \sin \alpha - v_A \cos \alpha = 0 \Rightarrow v_{\perp} = (v_{\parallel} - v_A) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{10} v_0$$

$$v_B = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2} = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + \frac{3v_0^2}{100}} = \frac{\sqrt{7}}{5} v_0 \approx 31,7 \text{ см/с}.$$



Задача 9.2.

Зрозуміло, що пружина першого типу починає розтягуватися, якщо сила, що прикладена, більша за $F_1 = 3 \text{ Н}$. При цьому при збільшенні сили на 1 Н, розтягнення цієї пружини збільшується на 1 см.

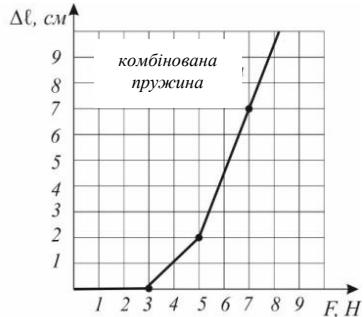
Друга пружина починає розтягуватись, якщо сила, що прикладена до неї, більша за $F_2 = 5 \text{ Н}$. Після цього при збільшенні сили на кожен 1 Н вона розтягується на 1,5 см.

В результаті отримуємо діаграму розтягу, яка показана на малюнку:

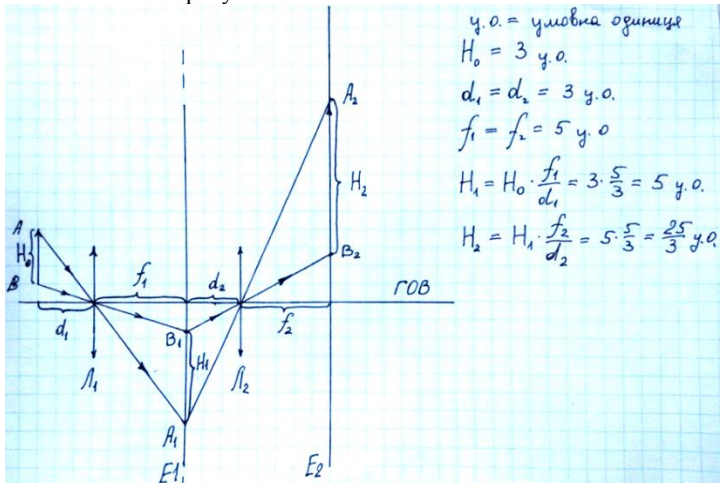
1. Поки сила менша за $F_1 = 3 \text{ Н}$, загальне видовження дорівнює нулю;

2. При значеннях сили від $F_1 = 3 \text{ Н}$ до $F_2 = 5 \text{ Н}$, розтягується лише перша пружина, причому при силі $F_2 = 5 \text{ Н}$ її видовження дорівнює 2 см;

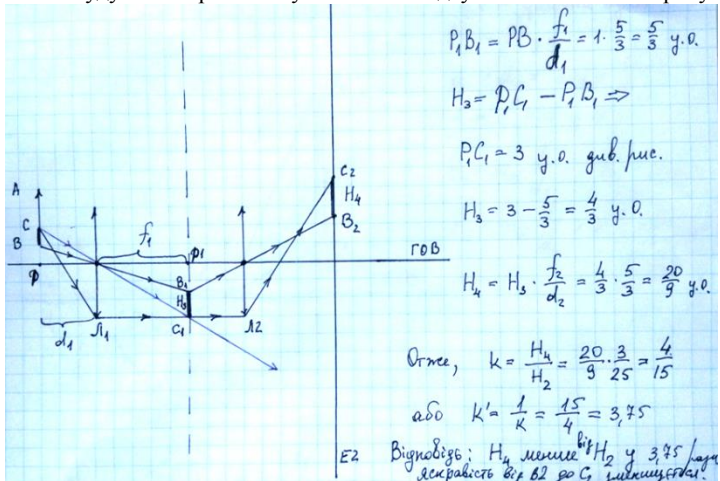
3. Якщо сила, що прикладена, більша за $F_2 = 5 \text{ Н}$ розтягуються обидві пружини, і на кожний 1 Н вони розтягуються (загальне видовження) на 2,5 см.



Задача 9.3. Визначимо висоту зображення, яке утворюється на екрані E_2 за наявності матового екрану E_1 .



Побудуємо зображення у лінзі L_2 за відсутності матового екрану.



Задача 9.4.

1. З умови випливає, що опором самих мідних контактів можна знехтувати, суттєвим є лише опір графіту. Для «звичайного» циліндричного провідника закон Ома встановлює лінійну залежність сили струму I від напруги U . Для нашої ж чотириполюсної системи сила струму в колі (тобто сила струму, що втікає у восьмикутник через контакт 1) лінійно залежить від трьох напруг U_{1-2} , U_{1-3} , U_{1-4} . Інакше кажучи, $I = k_{1-2}U_{1-2} + k_{1-3}U_{1-3} + k_{1-4}U_{1-4}$. Одна з напруг збігається з напругою на полюсах приєднаного джерела струму, а інші залежать від неї. Відповідно до симетрії $k_{1-2} = k_{1-4}$.

Під час вимірювання опору r_1 маємо $I = U_{1-3}/r_1$, $U_{1-2} = U_{1-4} = U_{1-3}/2$. Отже, $1/r_1 = k_{1-2} + k_{1-3}$. (1).

Під час вимірювання опору r_3 маємо $I = U_{1-2}/r_3$, $U_{1-3} = U_{1-4} = U_{1-2}/2$. Отже, $1/r_3 = 3k_{1-2}/2 + k_{1-3}/2$. (2).

Зі співвідношень (1) і (2) ми вже можемо визначити коефіцієнти k :

$$k_{1-2} = \frac{1}{r_3} - \frac{1}{2r_1}, \quad k_{1-3} = \frac{3}{2r_1} - \frac{1}{r_3}.$$

Тепер можна звернутися й до вимірювання опору r_2 . Із симетрії системи впливає, що $U_{1-4} = U_{3-2} = U_{1-2} - U_{1-3}$. Отже, $\frac{U_{1-2}}{r_2} = k_{1-2}U_{1-2} + k_{1-3}(U_{1-2} - U_{1-4}) + k_{1-2}U_{1-4}$.

$$\text{Звідси отримуємо } \frac{U_{1-2}}{U_{1-4}} = \frac{k_{1-2} - k_{1-3}}{1/r_2 - k_{1-2} - k_{1-3}} = \frac{2r_2(r_1 - r_3)}{r_3(r_1 - r_2)}.$$

2. Перш за все доведемо, що опори малого та великого восьмикутників між відповідними парами контактів є однаковими. Для цього розглянемо довільну малу частину графітової пластинки. У межах малої ділянки швидкість упорядкованого руху вільних заряджених частинок всюди однакова, як і в звичному циліндричному провіднику. Виділимо малу прямокутну ділянку довжиною l (в напрямі струму) та шириною a . Якщо товщина пластинки h , а питомий опір графіту ρ , то опір ділянки $R = \rho l/(ah)$. Якщо збільшити лінійні розміри l і a вдвічі, то опір не зміниться. Отже, при заміні будь-якої вирізаної з графітової пластинки фігури на подібну її електричний опір теж не змінюється.

Очевидно, струм між контактами A і B , а також між контактами A і C протікає через три восьмикутники. Тому $R_{AC} = 3r_1$, $R_{AB} = 2r_1 + r_2$.

Задача 9.5.

1) Перерахуємо в СІ енергетичну цінність картоплі

$$(75 \text{ ккал}/100 \text{ г}) q = \frac{75 \cdot 10^3 \cdot 4200}{1000 \cdot 0,1} = 3,15 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

2) Знайдемо енергію, яка падає на 1 м^2 .

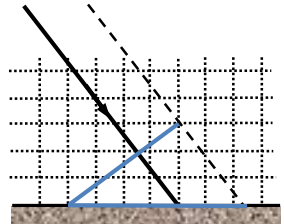
Згідно малюнку, промінь, опускаючись на 4 клітинки, зміщується на 3 клітинки вправо. Це співвідношення між катетами у «египетському трикутнику», гіпотенуза якого дорівнює 5. З подібності трикутників, знаходимо, що площа горизонтальної поверхні, на яку розподілятиметься 1 кВт сонячної енергії, дорівнюватиме $5/4 \text{ м}^2$.

$$\sigma_1 = \sigma \cdot S_1/S = 1000 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot 4/5 = 800 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

3) Знайдемо енергію, яка падає за 8 світлових годин на 1 м^2 . $Q_{\text{випр}} = \sigma_1 S t = 23 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

$$4) \eta = \frac{Q_{\text{кор}}}{Q_{\text{випр}}} \cdot 100 \% = \frac{qm}{\sigma_1 S t} \cdot 100 \% \approx 4 \% \quad (m = 0,3 \text{ кг}).$$

5) Оскільки промені від Сонця розходяться в усіх напрямках, при збільшенні відстані у 1,5 рази, та ж сама потужність розподілятиметься на площу у $1,5^2 = 2,25$ разів більшу, тобто на для Марса $\sigma_m = \frac{4}{9} \cdot 0,8 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \approx 356 \text{ Вт}/\text{м}^2$. У стільки



ж разів буде меншим і приріст маси, а саме $400/3 \text{ г/м}^2 \approx 133 \text{ г/м}^2$ (вважаємо, що це приріст за добу). В енергетичних одиницях це 100 ккал/м^2 . Враховуючи добову потребу людини $q = 3500 \cdot 4200 = 14,7 \cdot 10^6 \text{ Дж}$, необхідна площа у $S = q/\sigma\tau \approx 35 \text{ м}^2$.