

1. Посудину з водою температури  $t_1=0^\circ\text{C}$  внесли до великої кімнати з температурою повітря  $t_0=22^\circ\text{C}$ . За час  $\tau_1=15$  хв температура води піднялася до  $t_2=2^\circ\text{C}$ . Якщо в таку саму посудину замість води покласти таку ж масу льоду при температурі  $t_1=0^\circ\text{C}$ , то він розтане за час  $\tau_2=10$  годин. Користуючись цими даними, визначити питому теплоту плавлення льоду. Теплоємність посудини не враховувати.
2. Бабуся і дідусь у гірському селі вирішили поспідати на вершині гори. Бабуся ви-йшла о шостій ранку, а дідусь навздогін о пів на восьму. Швидкість бабусі 2 км/год, а дідуса 3 км/год. На якій висоті над селом дідусь наздожене бабусю? Вершина знаходиться на висоті 500 м над селом, а стежка піднімається на 100 м на кожний кілометр шляху. Разом з дідусем відправився у подорож пес. Він, не зупиняючись, бігає від дідуса до бабусі і назад, вгору зі швидкістю 8 км/год, а згори зі швидкістю 12 км/год. Яку відстань набігає пес до зустрічі своїх господарів і скільки кілокалорій витратить на кожен кілограм своєї маси, долаючи силу тяжіння?  $1\text{кал}=4,2\text{Дж}$ .
3. Наповнений повітрям тонкостінний м'ячик, занурений у воду, спливає з постійною швидкістю  $V$ , а такий самий за розмірами суцільний гумовий м'ячик тоне зі швидкістю  $U$ . Куди і з якою швидкістю  $W$  вони рухатимуться у воді, якщо їх з'єднати ниткою? Силу опору води при русі в ній вважати пропорційною швидкостям руху, а силу Архімеда – однаковою як у спокої, так і при русі.
4. Споруджуючи будинок, господар вирішив перевірити розрекламовані засоби теплоізоляції. Зовнішні цегляні стінки А – Г мають однакову площу, але різну товщину (рис.1). На стінці В тонкий додатковий теплоізолюючий шар нанесено тільки ззовні, а на стінці Г – ззовні та зсередини. У кількох точках всередині стін закладені датчики температури. Покази датчиків  $t_1=19^\circ\text{C}$ ,  $t_2=-6^\circ\text{C}$ ,  $t_3=19^\circ\text{C}$ . Вважайте, що всередині будинку температура всюди однакова, всі температури незмінні протягом тривалого часу. 1) Порівняйте втрати тепла через стінки Б і Г. 2) У скільки разів додаткові теплоізолюючі шари зменшують теплові втрати через стінку Г за даних температурних умов? 3) Визначте температури на межах стінки Г. 4) Коли температура на вулиці піднялася до  $0^\circ\text{C}$ , потужність системи опалення зменшили на 45%. Які тепер температури в будинку та на зовнішній поверхні цегляної стінки Г?
5. На рис.2 показано посудину, виготовлену з тонкостінних трубок з площею поперечного перерізу  $0,2\text{ см}^2$ . Розміри відрізків трубок  $a=20\text{ см}$ ,  $b=60\text{ см}$  (це рівень води в посудині),  $c=30\text{ см}$ ,  $d=f=15\text{ см}$ . До лівого вертикального коліна потроху наливають гас, він не змішується з водою. Густина води та гасу дорівнюють відповідно  $1$  і  $0,8\text{ г/см}^3$ . У правому вертикальному коліні посудини плавають дві маленькі кульки густиною  $\rho_1=0,5\text{ г/см}^3$  і  $\rho_2=0,9\text{ г/см}^3$ . Побудуйте графіки залежності висот  $h_1$ ,  $h_2$  цих кульок над дном посудини від об'єму  $V$  налитого гасу.

Задачі запропонували Р.В.Мартинюк (1), О.Ю.Орлянський (2), В.П.Собацький (3), І.М.Гельфгат (4-5).

1. Сосуд с водой температуры  $t_1=0^\circ\text{C}$  внесли в большую комнату с температурой воздуха  $t_0=22^\circ\text{C}$ . Через время  $\tau_1=15$  мин температура воды поднялась до  $t_2=2^\circ\text{C}$ . Если в такой же сосуд вместо воды положить такую же массу льда при температуре  $t_1=0^\circ\text{C}$ , то он растает за время  $\tau_2=10$  часов. Используя эти данные, определить удельную теплоту плавления льда.
2. Бабушка и дедушка в горном селе решили позавтракать на вершине горы. Бабушка вышла в шесть утра, а дедушка вдогонку – в полвосьмого. Скорость бабушки 2 км/час, а дедушки – 3 км/час. На какой высоте над селом дедушка догонит бабушку? Вершина находится на высоте 500 м над селом, а тропа поднимается на 100 м на каждый километр пути. Вместе с дедушкой отправился в путь пес. Он, не останавливаясь, бежит от дедушки к бабушке и назад, вверх со скоростью 8 км/час, а сверху со скоростью 12 км/час. Какое расстояние пробежит пес до встречи своих хозяев и сколько килокалорий потратит на каждый килограмм своей массы, преодолевая силу тяжести?  $1\text{кал}=4,2\text{ Дж}$
3. Наполненный воздухом тонкостенный мячик, погруженный в воду, всплывает с постоянной скоростью  $V$ , а такой же по размерам сплошной резиновый мячик тонет со скоростью  $U$ . Куда и с какой скоростью  $W$  они будут двигаться в воде, если их соединить нитью? Силу сопротивления воды при движении в ней считать пропорциональной скоростям, а силу Архимеда – одинаковой как в покое, так и при движении.
4. Строя дом, хозяин решил проверить разрекламированные способы теплоизоляции. Внешние кирпичные стены А – Г имеют одинаковую площадь, но разную толщину. На стене В тонкий дополнительный теплоизолирующий слой нанесен только снаружи, а на стене Г – снаружи и изнутри (рис.1). В нескольких точках внутри стен заложены датчики температуры. Показания датчиков  $t_1=19^\circ\text{C}$ ,  $t_2=-6^\circ\text{C}$ ,  $t_3=19^\circ\text{C}$ . Считайте, что внутри дома температура всюду одинакова, все температуры неизменны в течение длительного времени. 1) Сравните потери тепла через стены Б и Г. 2) Во сколько раз дополнительные теплоизолирующие слои уменьшают тепловые потери через стену Г при данных температурных условиях? 3) Определите температуры на границе стены Г.
- 4) Когда температура на улице поднялась до  $0^\circ\text{C}$ , мощность системы отопления уменьшили на 45%. Каковы теперь температуры в доме и на внешней поверхности кирпичной стены Г?
5. На рис.2 показан сосуд, изготовленный из тонкостенных трубок с площадью поперечного сечения  $0,2\text{ см}^2$ . Размеры отрезков трубок  $a=20\text{ см}$ ,  $b=60\text{ см}$  (это уровень воды в сосуде),  $c=30\text{ см}$ ,  $d=f=15\text{ см}$ . В левое вертикальное колено понемногу наливают керосин, он не смешивается с водой. Плотности воды и керосина равны соответственно  $1$  и  $0,8\text{ г/см}^3$ . В правом вертикальном колене сосуда плавают два маленьких шарика плотностью  $\rho_1=0,5\text{ г/см}^3$  и  $\rho_2=0,9\text{ г/см}^3$ . Постройте графики зависимости высот  $h_1$ ,  $h_2$  этих шариков над дном сосуда от объема  $V$  налитого керосина.

Задачи предложили Р.В.Мартинюк (1), О.Ю.Орлянский (2), В.П.Собацкий (3), И.М.Гельфгат (4-5).

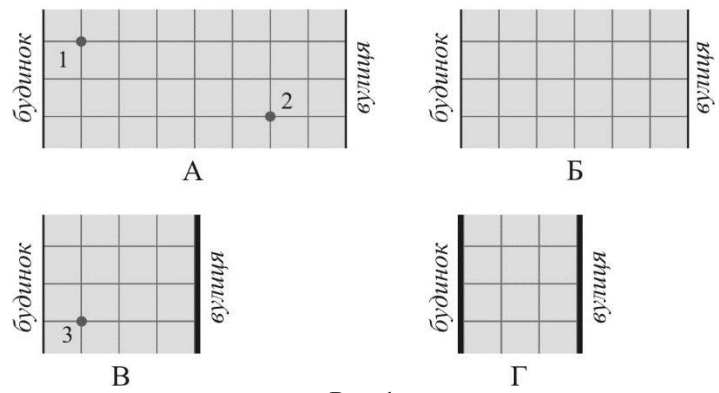


Рис.1

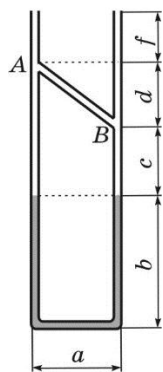


Рис. 2

## РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ

### 8 клас

**Задача 8.1.** Вважаємо кімнату великою настільки, що температура повітря в ній під час нагрівання води або танення льоду не змінюється. Потужність нагрівання води за законом теплообміну Ньютона прямо пропорційна різниці температур повітря та води  $P = \alpha(t_0 - t)$ . Отже, під час нагрівання потужність змінюється зі збільшенням температури води, і для розрахунку кількості теплоти, що отримує вода, будемо використовувати середнє значення потужності  $\langle P \rangle = P > \tau_1$ . (1)

З визначенням середньої потужності маємо певні труднощі, бо не знаємо, за яким законом змінюється температура води із плином часу. Для спрощення розв'язку будемо вважати, що температура лінійно залежить від часу. Тоді середню потужність можна записати як середнє арифметичне із початкового та кінцевого значень потужності  $\langle P \rangle = \frac{\alpha}{2}(2t_0 - t_1 - t_2)$ . (2)

З таненням льоду ситуація набагато простіша, бо температура льоду є сталою під час усього процесу танення  $\lambda m = \alpha \tau_2(t_0 - t_1)$ . (3)

Розв'язуючи систему рівнянь (1) – (3), знаходимо питому теплоту плавлення льоду:

$$\lambda = \frac{2c\tau_2(t_0 - t_1)(t_2 - t_1)}{\tau_1(2t_0 - t_1 - t_2)} = 352 \text{ кДж/кг}$$

### Задача 8.2.

**1.** Знайдемо довжину стежки з умови задачі (100 м висоти – 1 км стежки, то 500 м висоти – 5 км стежки).  $L = 5 \text{ км}$ .

Визначимо, за скільки часу кожен пройде цей шлях, та відповідно в котрій годині буде на горі:

$$t_6 = L/v_6 = 5:2 = 2,5 = 5/2 \text{ (год)} \text{ на годиннику буде } 6 \text{ год} + 2 \text{ год } 30 \text{ хв} = 8 \text{ год } 30 \text{ хв};$$

$$t_d = L/v_d = 5:3 = 5/3 \text{ (год)} \text{ на годиннику буде } 7 \text{ год } 30 \text{ хв} + 1 \text{ год } 40 \text{ хв} = 9 \text{ год } 10 \text{ хв}.$$

Висновок: бабуся і дідусь зустрінуться на горі, куди бабуся прийде раніше на 40 хв.

Зустріч дідуса з бабусею відбудеться на висоті 500 м.

**2.** Знайдемо відстань між дідусем і бабусею в момент часу, коли дідусь с собакою почав рух:  $l_0 = v_6 \Delta t = 2 \text{ км/год} \cdot 1,5 \text{ год} = 3 \text{ км}$ .

Позначимо:  $v_1$  – швидкість, з якою собака рухається вгору,  $v_2$  – швидкість, з якою собака рухається вниз. Час, за який Сірко наздожене бабусю 1-й раз:  $t_0 = l_0 / (v_1 - v_6)$ . (2.1),  $t_0 = 3 \text{ км} / (8 \text{ км/год} - 2 \text{ км/год}) = 0,5 \text{ год} = 30 \text{ хв}$ .

Відстань між дідом і бабою на момент, коли бабуся зустрілася с собакою 1-й раз:  $l'_0 = l_0 - (v_d - v_6)t_0$ . (2.2).

$$\text{Підставимо (2.1) в (2.2): } l'_0 = l_0(v_d - v_6) / (v_1 - v_6) = l_0((v_1 - v_d) / (v_1 - v_6)) \text{ (2.3)}$$

Сірко подолає цю відстань за час (враховуючи (2.3)):

$$t'_0 = l'_0 / (v_2 + v_d) = l_0(v_1 - v_d) / ((v_1 - v_6) \cdot (v_2 + v_d)), t'_0 = (1/6) \text{ год} = 10 \text{ хв}.$$

Знайдемо відношення часу руху вгору та часу руху вниз (2.4):

$$\frac{t_0}{t'_0} = \frac{l_0(v_2 + v_d)(v_1 - v_6)}{(v_1 - v_6)l_0(v_1 - v_d)} = \frac{(v_2 + v_d)}{(v_1 - v_d)}$$

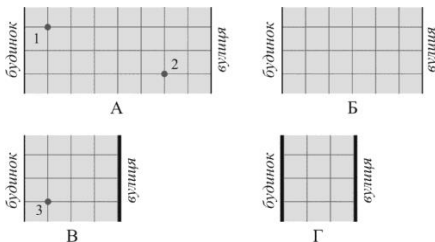
**Висновок:** співвідношення часу руху собаки вгору і вниз не залежить від відстані між бабусею і дідусем, та від швидкості бабусі, а залежить лише від швидкості руху собаки вгору і вниз та швидкості дідуса. Тобто це співвідношення (2.4) можна узагальнити для всього часу руху собаки вгору і вниз (2.5):  $\frac{t}{t'} = \frac{(v_2 + v_d)}{(v_1 - v_d)} = \frac{3}{1}$  (2.5)

Загальний час руху собаки дорівнює загальному часу руху дідуса. Зі співвідношення (2.5) отримуємо для загального часу руху:  $T_1/T_2 = 3/1$ , звідси  $T_1 = 3T_2$ , (2.6), де  $T_1$  – загальний час руху собаки вгору,  $T_2$  – загальний час руху собаки вниз. Загальний час руху собаки вгору-вниз:  $T = T_1 + T_2 = T_d = L/v_d$  (2.7). З (2.6) і (2.7) знайдемо  $T_1 = 5/4$  год = 1 год 15 хв,  $T_2 = 5/12$  год = 25 хв, Розв'язок системи рівнянь (2.6) – (2.7). Шлях, що пройшов собака вгору:  $L_1 = v_1 T_1$ ,  $L_1 = 8$  км/год 1 год 15 хв = 10 км. Шлях, що пройшов собака вниз:  $L_2 = v_2 T_2$ ,  $L_2 = 12$  км/год 25 хв = 5 км. Загальний шлях:  $L_{1-2} = v_1 T_1 + v_2 T_2 = 15$  км.

**3.** Втрата енергії на супротив силі тяжіння відбувається під час руху вгору, оскільки при  $L = 5$  км висота гори  $h = 0,5$  км, то при  $L_1 = 10$  км висота, що відповідає зміні потенціальної енергії собаки  $h_c = 2h$ ,  $\Delta E/m = mgh_c/m$ ,  $\Delta E/m = gh_c = 9,8$  м/с<sup>2</sup>·1000 м = = 9,8 кДж, 1 кал = 4,2 Дж,  $\Delta E/m = (9800/4,2)$  кал = 2,33 ккал.

**Задача 8.3.** У першому випадку –  $F_A = m_n g + kV$ , у другому –  $F_A + kU = m_t g$ ,  $k$  – коефіцієнт пропорційності, однаковий для обох кульок для зв'язаних тіл  $2F_A = (m_n + m_t)g + 2kW$ , звідки  $W = (V - U)/2$ . При  $V > U$  кульки спливають, а якщо  $V < U$ , – то тонуть. При  $V = U$  – вони знаходяться у рівновазі, тобто  $W = 0$ .

**Задача 8.4.** Оскільки температура не змінюється, кожний шар речовини за певний час  $\tau$  отримує та віддає однако-ву кількість теплоти  $Q$ . Звідси впливає, що всередині цегляної стінки температура змінюється лінійно: при розміщенні на одну клітинку перпендикулярно поверхні стінки зміна температури  $\Delta t_{кл}$  буде однаковою (але різною для різних стінок). Через теплоізолюючий шар протягом часу  $\tau$  теж проходить кількість теплоти  $Q$ . Вважатимемо, що для кожного шару речовини потужність теплопередачі через одиницю площі пропорційна різниці температур  $\Delta t$  на двох поверхнях цього шару (отже, потік тепла через кожну стінку пропорційний  $\Delta t_{кл}$  для цієї стінки). Врахуємо також, що за відсутності додаткового теплоізолюючого шару температура поверхні стінки практично збігається з температурою повітря біля неї. Для стінки А:  $\Delta t_{клА} = \frac{t_1 - t_2}{5} = 5^\circ\text{C}$ . Звідси випливає, що температура всередині будинку  $t_{буд} = t_1 + \Delta t_{клА} = 24^\circ\text{C}$ , а температура на вулиці –  $t_{вуд} = t_2 - 2\Delta t_{клА} = -16^\circ\text{C}$ . Позначимо  $Q_A$  втрати тепла протягом певного фіксованого часу через стінку А. Для стінки Б:  $\Delta t_{клБ} = \frac{40^\circ\text{C}}{6} = \frac{4}{3}\Delta t_{клА}$ . Отже, втрати тепла че-



го часу через стінку А. Для стінки Б:  $\Delta t_{клБ} = \frac{40^\circ\text{C}}{6} = \frac{4}{3}\Delta t_{клА}$ . Отже, втрати тепла че-

рез стінку Б дорівнюють  $Q_B = \frac{4}{3}Q_A$ . Для стінки В  $\Delta t_{\text{кл}}$  має таке саме значення, як для стінки А. Це означає, що різниця температур між поверхнями тонкого додаткового теплоізолюючого шару дорівнює  $20^\circ\text{C}$ , як і між поверхнями цегляної стінки. Отже, цей додатковий шар еквівалентний цегляній стінці завтовшки 4 клітинки. Втрати тепла  $Q_B = Q_A$ .

Для стінки Г з урахуванням додаткових теплоізолюючих шарів ефективна товщина цієї стінки становить 11 клітинок. Отже,  $\Delta t_{\text{клГ}} = \frac{8}{11}\Delta t_{\text{клА}} = 3,64^\circ\text{C}$ . Отже,  $Q_G = \frac{8}{11}Q_A$ .

Тепер можна дати відповіді на поставлені запитання. 1)  $\frac{Q_B}{Q_G} = 1,8$ .

2) Додаткові теплоізолюючі шари збільшують ефективну товщину стінки Г від 3 до 11 клітинок, тобто зменшують теплові втрати в 11/3 разу (приблизно в 3,7 разу).

3) Різниця температур між будинком і вулицею становить  $40^\circ\text{C}$ . На кожний із додаткових теплоізолюючих шарів припадає по 4/11 від цієї різниці температур, тобто по  $14,5^\circ\text{C}$ . Отже, температури на межах цегляної стінки з додатковими шарами дорівнюють  $9,5$  і  $-1,5^\circ\text{C}$ .

4) За нових умов потік тепла через стінки становить 55 % від початкового. Отже, різниця температур усередині та ззовні дорівнює  $0,55 \cdot 40^\circ\text{C}$ , тобто  $22^\circ\text{C}$ . Отже, температура в будинку тепер  $22^\circ\text{C}$ , а на зовнішній поверхні цегляної стінки –  $\frac{4}{11} \cdot 22^\circ\text{C} = 8^\circ\text{C}$ .

**Задача 8.5.** Розглянемо три етапи процесу.

**1.** Рівень води в правому вертикальному коліні зростає від  $b$  до  $b+c$ , при цьому рівень води в лівому коліні зменшується на  $c$ . Очевидно, на цьому етапі (як і на наступних) залежність висот  $h_1, h_2$  від  $V$  є лінійною (на цьому етапі  $h_1 = h_2$ ). Коли кульки піднімаються до точки  $B$ , висоту стовпа газу  $h_{\text{газ}}$  можна знайти з умови рівності тисків в обох колінах на рівні межі обох рідин:  $\rho_{\text{газ}}gh_{\text{газ}} = 2\rho_{\text{вод}}gh_{\text{вод}}$ , звідки  $h_{\text{газ}} = 2\rho_{\text{вод}}c/\rho_{\text{газ}} = 75$  см. Зазначимо, що газ у лівому коліні посудини доходить якраз до точки  $A$ . Об'єм налитого газу  $V_1 = Sh_{\text{газ}} = 15$  см<sup>3</sup>.

**2.** Заповнення похилої трубки  $AB$  газом. При цьому газ потрапляє й у праве коліно, тисне на воду та спричиняє зворотне перетікання води в ліве коліно. Цей етап закінчується, коли газ у *обох* колінах посудини встановиться на рівні точки  $A$ . При цьому й рівні води мають бути однаковими, тобто повернутися до початкових. Наприкінці цього етапу  $h_1 = b+c+d = 105$  см (перша кулька плаває на поверхні газу),  $h_2 = b = 60$  см (друга кулька плаває на межі води та газу), а загальний об'єм налитого газу  $V_2 = 2S(c+d) + S\sqrt{a^2+d^2} = 23$  см<sup>3</sup>.

3. На останньому етапі йде заповнення верхніх ділянок вертикальних трубок, рівень гасу в них однаковий. Рівні води не змінюються,  $h_2 = b = \text{const}$ . Наприкінці процесу  $h_1 = b + c + d + f = 120$  см, об'єм гасу  $V_3 = V_2 + 2Sf = 29$  см<sup>3</sup>.

Графіки залежностей  $h_1(V)$ ,  $h_2(V)$  наведені на малюнку.

